

多主色顯示器之色域體積邊界理論

Gamut Boundary Description (GBD) of Multi-Primary Color Displays

歐陽盟、黃庭緯、郭怡婷

Mang Ou-Yang, Ting-Wei Huang, Yi-Ting Kuo

色彩影像顯示器需要真實物體的色彩再現，而使用多主色顯示器能輕易地擴大呈現人類所能感知的色彩。然而色彩影像在不同媒介間之轉換須適當地將色彩對映出正確的色彩，建立顯示媒介之色域空間為色彩對映的第一步。本文首先將介紹多主色色域邊界理論，藉此推論出適當地設定數位訊息，即可直接取得多主色顯示媒介之色域體積邊界上的色彩點，並由這些色彩點作為基點去建構出色域體積邊界，使建構色域體積邊界的速度加快。

The display of color images needs the color reproductions of real object color. The multi-primary color displays can demonstrate easily more colors of human visual perception. However, color images transforming between different devices require an appropriate color mapping for displaying colors, and the first step of color mapping is the construction of color volume boundary of device. The paper proposes the color gamut boundary of multi-primary color devices, and the color points on the color volume boundary of multi-primary color devices can be obtained by setting appropriate digital information. The construction of color volume boundary based on these color points is quick and effective.

一、多主色顯示器之真實色彩重現

近代的顯示器大大地改變了人類接收外界資訊的方式，尤其是色彩動態影像加速人們對資訊吸收的速度，然而在許多色彩影像的應用上，如使用電腦圖文出版、網路的商品展示等需要準確的色彩再現，以瞭解真實的色彩訊息，尤其在軍事、生醫影像、視覺傳達等方面，物體真實色彩的重現是非常重要的。目前普及的顯示器，如 CRT (cathode ray tubes)、LCD (liquid crystal display)，其所能呈現之色域 (color gamut) 係由三主色 (tri-primary color) 所

構成，此處色域定義為顯示器或影像事實上能呈現的色彩區域，因此其色域形狀為三角形，無法充分地顯示所有人所能感知的真實色彩。若要擴大色域以顯示更多的色彩，目前有兩種方法。一是增加三主色的飽和度 (saturation)，如圖 1(a) 所示，當三主色之飽和度增加時，如採用窄波段之 LED 或是更窄的雷射光源當作主色，其三角形色域往外擴大；另一方法即利用多主色 (multi-primary color) 技術來擴大色域，如圖 1(b) 所示。四主色以上的顯示器系統可輕易的擴展色域，如採用多色色輪之 DLP、多色背光模組 (backlight module) 之 LCD，尤其近

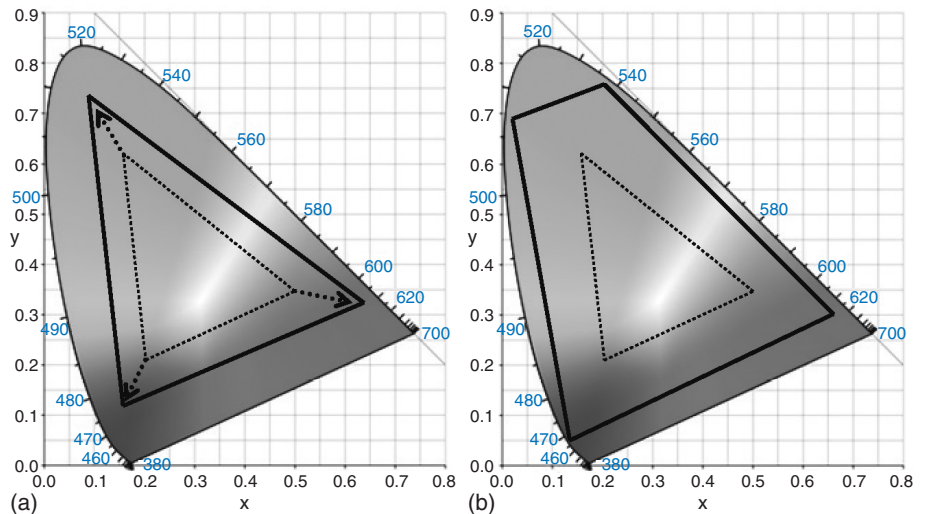


圖 1. 色域擴展方法，(a) 增加三主色之飽和度，(b) 增加主原色之數目。

來 LED 發展蓬勃，將 LED 應用在去除濾光片 (color filter) 顯示器之背光模組，不僅可將濾光片的成本扣除，還可利用多主色之 LED 背光模組擴大色域，使顯示器能呈現更多人眼所能感知的色彩⁽¹⁻⁸⁾。

二、色域體積邊界之建構

彩色顯示器藉由三主色或多主色的個別像素呈現出鮮明色彩影像，而無論顯示器是多少主色的顯示器，其所能呈現的色域受限於其呈現的光強度。從色彩的混色原理可推知，在國際照明委員會 (International Commission de l'Eclairage, CIE) 1931 x, y 色彩空間中所能顯示呈現的色域，會隨其呈現的光強度增加而縮小；當呈現的光強度為最大強度時，此顯示器僅能呈現出系統白點⁽⁹⁾。然而多主色顯示器可以儘可能地將人可感知的色彩顯示出來，但是影像由不同的媒介顯示時 (此處顯示媒介定義為任意可顯示色彩影像的裝置，即泛指 CRT、LCD、PDP、projector 等自發光顯示器)，須將影像的色域對映至顯示媒介之色域後，才能呈現出適當的影像色彩，此過程稱之為色彩對映 (color mapping)。其中典型的色域色彩空間，如 CIE 1963 $L^*a^*b^*$ 色彩空間，為一個三維的色彩空間，當色彩要由一個顯示媒介轉換至另一個顯示媒介時，如將 sRGB 之影像由 CRT 轉至 LCD 播放顯示時，色彩對映能適當地將色彩由一個色域轉換至另一個色域。色彩對映應儘可能地保持原始的色彩，即由另一個顯示媒介

能顯示原始的色彩為首要目的，而色彩對映的第一步驟即必須得知要顯示媒介之色域體積邊界 (gamut boundary descriptor, GBD)，且色彩對映是否準確，取決於色域體積邊界是否準確有很大的關係，意指色彩對映需要準確的影像及顯示媒介之色域體積邊界，因此取得色域體積邊界是色彩對映的首要任務⁽¹⁰⁻¹¹⁾。

在感知的色彩空間描述一個色域體積邊界常需決定 GBD，其方法在許多文獻中已有探討。如 Joachim Giesen 提出一種估算色域體積邊界的方法，其方法是利用多面體表面去估算顯示媒介之色域體積邊界，且在時間與精確度之間作適當的調和⁽¹¹⁾；而 Morovic 與 M. Luo 提出 GBD 貯存於各部分表面含有大部份極端色彩的矩陣的方法⁽¹²⁾；Yang Wang 也提出一種於感知色彩空間中決定 CRT 色域體積邊界的演算法⁽¹¹⁾ 等。以上所提各種估算 GBD 的理論，其共通的第一步驟為必須先取得位於色域體積邊界的色彩點，將這些色彩點當作基點去建構色域體積邊界。然而如何快速且準確的取得基點是這些色彩體積計算的濫觴，也是一項重要的課題。

本文提出一種直接取得三主色顯示媒介之位於色域體積邊界色彩點的方法，而不需再去過濾與判斷這些色彩點是否位於色域邊界上。其方法則是利用調整適當的數位信息 (digital information)，先量測得知位於色域體積邊界上的色彩點之座標及光強度，再以這些色彩點資料當作基點，建立色域體積邊界以進行色彩對映⁽¹²⁾；然而當顯示媒介為多主

色顯示媒介時，其亦可調整設定適當的數位信息，直接取得多主色顯示媒介之位於色域體積邊界的色彩點。

色域體積包含所有的色彩組合，而顯示媒介之色域體積取決於主色之色座標位置及其光強度。假設所有在色域體積內的色彩點組合由 N 個匝道的 N 主色顯示媒介，如三主色顯示媒介其數位信息 (R, G, B) ，此處 R, G, B 為 0 至 255 階 8 bit 數位類比轉換 (digital-to-analog converter) 之紅、綠、藍匝道之數位信息，則在三主色顯示媒介之色域體積內有 $(2^8)^3 = 16,777,216$ 種組合，以此類推， ζ bit 數位類比轉換之 N 主色顯示媒介之色域體積內有 $(2^\zeta)^N = 2^{\zeta N}$ 種組合。此處之 ζ bit 數位類比轉換指其數位信息於 0 至 $2^\zeta - 1$ 之間變動，然而大部分的色彩點並非座落於色域體積邊界上，若適當設定數位訊息將可以不需再花費時間篩選，而直接取得色域體積邊界上之色彩點。就 8 bit 數位類比轉換之三主色顯示媒介而言，依序設定其中一個匝道的數位訊息為 0 或 255，然後改變組合另兩項匝道之數位訊息，其座落於色域體積邊界上之色彩點僅 $(2^8)^3 - (2^8 - 2)^3 = 3 \times 2 \times (2^8)^2 - 3 \times 2^2 \times 2^8 + 2^3$ 種組合，其如此的數位訊息設定即可取得色域體積邊界上色彩點的原理，是由於所能顯示之色域受限於顯示之光強度的結果，可由多主色顯示器之色域邊界理論⁽⁹⁾清楚地瞭解。因此接下來先介紹三主色顯示器之色域邊界理論，理論延伸至多主色顯示器之色域邊界理論⁽¹⁴⁾，最後再提出直接取得多主色顯示媒介之位於色域體積邊界的色彩點之方法，以建構主色顯示媒介之色域體積邊界。

三、三主色顯示器之色域邊界理論

光由一系列頻譜的電磁波所組成，而色彩是由於光照射至視網膜上經由感光細胞轉換成人的色彩感知，因此為了定義色彩，國際照明委員會於 1931 年制定 CIE x, y 色彩空間，定義 X, Y, Z 分別為三刺激值 (tri-stimulus values)，而色座標 (x, y) 分別為 $x = X/(X + Y + Z)$ 、 $y = Y/(X + Y + Z)$ 。當要混色兩種顏色 C_1 和 C_2 的光，其色座標及對應之三刺激值分別為 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 及 (X_1, Y_1, Z_1) 、 $(X_2, Y_2,$

$Z_2)$ ，混出來的顏色光 C_3 ，其色座標及對應之三刺激值分別為 (x_3, y_3) 及 (X_3, Y_3, Z_3) ，混色的關係式如式 (1) 所示：

$$\begin{aligned} x_3 &= \frac{X_3}{X_3 + Y_3 + Z_3} = \frac{X_1 + X_2}{(X_1 + Y_1 + Z_1) + (X_2 + Y_2 + Z_2)} \\ &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \\ y_3 &= \frac{Y_3}{X_3 + Y_3 + Z_3} = \frac{Y_1 + Y_2}{(X_1 + Y_1 + Z_1) + (X_2 + Y_2 + Z_2)} \\ &= \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} \end{aligned} \quad (1)$$

其中 m_1 及 m_2 分別代表為 Y_1/y_1 及 Y_2/y_2 ，其代表 C_1 和 C_2 的兩道色光混色的權重，此公式可稱為混色之重心法。

假設一個三主色顯示器紅 (C_r)、綠 (C_g)、藍 (C_b) 之顯示媒介，其三主色色座標分別為 (x_r, y_r) 、 (x_g, y_g) 及 (x_b, y_b) ，其各主色之最大光強度分別為 $Y_{r, \max}$ 、 $Y_{g, \max}$ 及 $Y_{b, \max}$ ，正常顯示器的清況下有 $Y_{g, \max} > Y_{r, \max} + Y_{b, \max} > Y_{r, \max} > Y_{b, \max}$ 的關係，此顯示器總光強度為 $Y_o = Y_{r, \max} + Y_{g, \max} + Y_{b, \max}$ ，因此各主色可以用任意不同光強度 Y'_r 、 Y'_g 及 Y'_b 混色出色域內的任意色彩。而假設現在討論顯示的光強度為 $Y' = Y'_r + Y'_g + Y'_b$ 情況下的色域，依照光強度的區間會有 $C(3, 1) + C(3, 2) + C(3, 3) = 7$ 個情況的色域，此七個光強度區間分別為 H 區 ($Y_{b, \max} > Y' > 0$)、I 區 ($Y_{r, \max} > Y' > Y_{b, \max}$)、J 區 ($Y_{r, \max} + Y_{b, \max} > Y' > Y_{r, \max}$)、K 區 ($Y_{g, \max} > Y' > Y_{r, \max} + Y_{b, \max}$)、L 區 ($Y_{g, \max} + Y_{b, \max} > Y' > Y_{g, \max}$)、M 區 ($Y_{r, \max} + Y_{g, \max} > Y' > Y_{g, \max} + Y_{b, \max}$) 及 N 區 ($Y_o > Y' > Y_{r, \max} + Y_{g, \max}$)，如圖 2 所示。

決定色域體積邊界有以下四項步驟：首先選擇決定某光強度 Y' 下之色域邊界，第二步判斷某光強度 Y' 屬於哪個光強區間，第三決定色域邊界頂點，將這些邊界頂點連線，即是光強度 Y' 色域邊界，最後重複一至三步驟依序分析其它光強度 Y' 時之色域邊界，即可決定出整個色域體積邊界。舉例而言，當所選擇的光強度 Y' 屬於 L 區 $\{Y_{g, \max} + Y_{b, \max} > Y' > Y_{g, \max}\}$ ，首先，當 $Y'_g = Y_{g, \max}$ 與 $Y'_r = Y' - Y_{g, \max}$ 時，可得第一個混色的邊界頂點 L_1 。同理，當 $Y'_r = Y_{r, \max}$ ，且 $Y'_g = Y' - Y_{r, \max}$ 時，可得第二

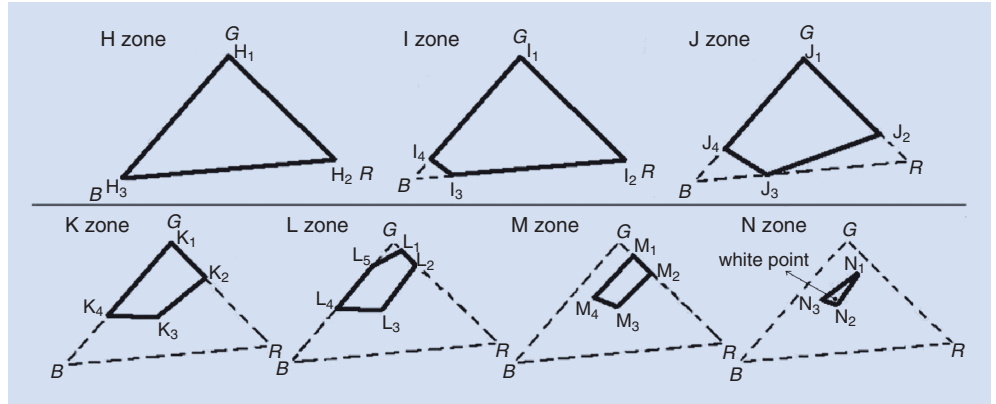


圖 2. 光強度區間示意圖。

個混色的邊界頂點 L_2 ，當 $Y'_r = Y_{r, \max}$ 、 $Y'_b = Y_{b, \max}$ ，且 $Y'_g = Y' - (Y_{r, \max} + Y_{b, \max})$ 時，可得第三個混色的邊界頂點 L_3 ，同理，當 $Y'_b = Y_{b, \max}$ ，且 $Y'_g = Y' - Y_{b, \max}$ 時，可得第四個混色的邊界頂點 L_4 ，同理，當 $Y'_g = Y_{g, \max}$ ，且 $Y'_b = Y' - Y_{r, \max}$ 時，可得第五個混色的邊界頂點 L_5 。因此將 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 及 L_5 連線，即是光強度 Y' 屬於 L 區時之色域邊界，其他光強度區間之色域邊界可依此類推而得。最後將所有的光強度 Y' 之色域邊界合併，可得色域體積邊界，如圖 3 所示。由圖 3 清楚得知，當顯示的光強度 Y' 愈大時，此顯示器其所能顯示呈現的色域愈小，當最後光強度 Y' 增大趨近於 Y_0 時，其在色域邊界頂點將縮減至系統白點。

四、多主色顯示器之色域邊界理論

假設一個 N 主色之顯示媒介，其含有 N 個主色，定義第 i 個主色 C_i 的色座標為 (x_i, y_i) ，且其光強度為 Y_i ，當討論光強度為 Y' 時之色域邊界時，

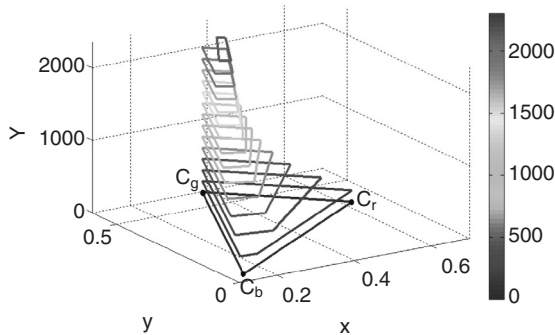


圖 3. 三主色色域體積之建構。

同理可知光強度區間會有 $\sum_{i=0}^{N-1} C(N, i)$ 個區間，但是在 $C(N, 2)$ 的情況下，即會有不相鄰主色的情況出現。

舉例來說，就如圖 4(a) 中主色 C_1 與 C_3 所示。它將產生在 C_1 與 C_3 連線上的色域頂點 M_3 ，其被

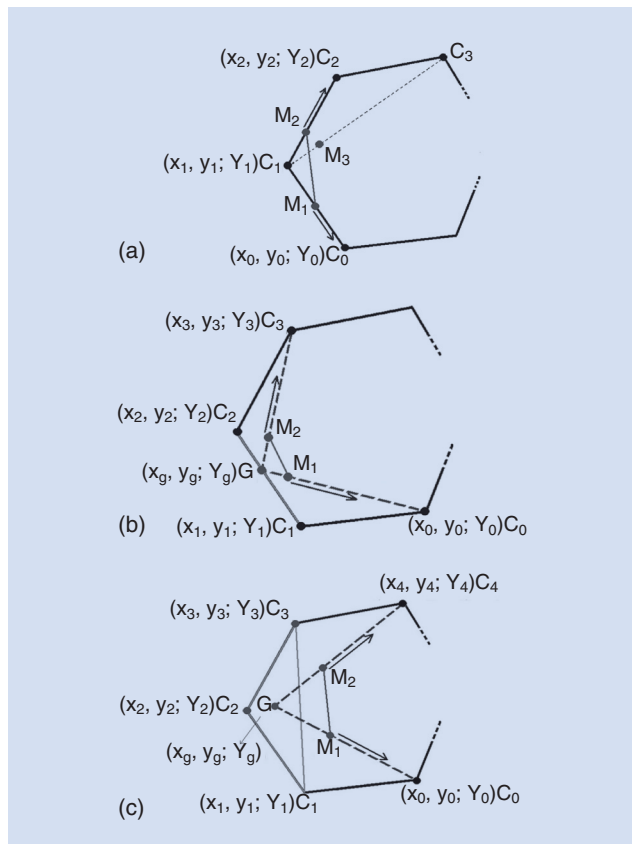


圖 4. 色域邊界頂點示意圖。(a) Y' 僅大於大光強度 Y_1 的情形，(b) Y' 大於大光強度 $Y_1 + Y_2$ 的情形，(c) Y' 大於大光強度 $Y_1 + Y_2 + Y_3$ 的情形。

M_1 與 M_2 連線之真正的色域邊界所包含。在此情況之下 M_3 並非真正的色域邊界頂點，類似的情況一樣會發生在 $2 \leq i \leq N-2$ 之 $C(N, i)$ 的區間，因此當 $N > 3$ 之 N 主色之顯示媒介時，色域邊界頂點不可再使用上述分光強度區間之方法求得。但由三主色色域邊界頂點的移動變化，發覺到當光強度 Y' 大於某一個主色最大光強度，隨著光強度 Y' 增加時，其兩個色域邊界頂點會趨向鄰近之主色色座標移動。如在光強度 I 區 ($Y_{r, \max} > Y' > Y_{b, \max}$)，由於光強度 Y' 大於 C_b 之最大光強度 $Y_{b, \max}$ ，因此當隨著光強度 Y' 增加時，兩個色域邊界頂點 I_3 與 I_4 會分別往 (x_r, y_r) 及 (x_g, y_g) 趨近，亦即此兩個色域邊界頂點 I_3 及 I_4 為 C_b 之全開光強度的情況下分別與 C_r 及 C_g 之部份光強度的混色重心點。此結論適用於多主色色域邊界的情況，如圖 4(a) 所示，當 Y' 大於一個主色最大光通量 Y_1 時，在 $Y_1 < Y' < Y_0 + Y_1$ ，且 $Y_1 < Y' < Y_1 + Y_2$ 情況下，隨著 Y' 增加，其色域邊界頂點 M_1 與 M_2 將分別朝向 C_0 與 C_2 趨近，而 M_1 與 M_2 可由混色公式 (1) 推得，如式 (2) 與式 (3)

$$M_1 = \left(\frac{\frac{Y_1}{y_1} x_1 + \frac{Y' - Y_1}{y_0} x_0}{\frac{Y_1}{y_1} + \frac{Y' - Y_1}{y_0}}, \frac{\frac{Y_1}{y_1} y_1 + \frac{Y' - Y_1}{y_0} y_0}{\frac{Y_1}{y_1} + \frac{Y' - Y_1}{y_0}} \right) = P(C_1, C_0) \quad (2)$$

$$M_2 = \left(\frac{\frac{Y_1}{y_1} x_1 + \frac{Y' - Y_1}{y_2} x_2}{\frac{Y_1}{y_1} + \frac{Y' - Y_1}{y_2}}, \frac{\frac{Y_1}{y_1} y_1 + \frac{Y' - Y_1}{y_2} y_2}{\frac{Y_1}{y_1} + \frac{Y' - Y_1}{y_2}} \right) = P(C_1, C_2) \quad (3)$$

$$M_1 = \left(\frac{\frac{Y_1 + Y_2}{y_g} x_g + \frac{Y' - Y_1 - Y_2}{y_0} x_0}{\frac{Y_1 + Y_2}{y_g} + \frac{Y' - Y_1 - Y_2}{y_0}}, \frac{\frac{Y_1 + Y_2}{y_g} y_g + \frac{Y' - Y_1 - Y_2}{y_0} y_0}{\frac{Y_1 + Y_2}{y_g} + \frac{Y' - Y_1 - Y_2}{y_0}} \right) = P(G, C_0) \quad (4)$$

$$M_2 = \left(\frac{\frac{Y_1 + Y_2}{y_g} x_g + \frac{Y' - Y_1 - Y_2}{y_3} x_3}{\frac{Y_1 + Y_2}{y_g} + \frac{Y' - Y_1 - Y_2}{y_3}}, \frac{\frac{Y_1 + Y_2}{y_g} y_g + \frac{Y' - Y_1 - Y_2}{y_3} y_3}{\frac{Y_1 + Y_2}{y_g} + \frac{Y' - Y_1 - Y_2}{y_3}} \right) = P(G, C_3) \quad (5)$$

$$G = (x_g, y_g) = \left(\frac{\frac{Y_1}{y_1} x_1 + \frac{Y_2}{y_2} x_2}{\frac{Y_1}{y_1} + \frac{Y_2}{y_2}}, \frac{\frac{Y_1}{y_1} y_1 + \frac{Y_2}{y_2} y_2}{\frac{Y_1}{y_1} + \frac{Y_2}{y_2}} \right) \quad (6)$$

所示。其中 $P(C_1, C_0)$ 表示 C_1 之全部光強度與 C_0 之部分光強度之混色點。

同理可以類推，當 Y' 大於兩個相鄰主色的最大光通量時，其兩個色域邊界頂點會趨向鄰近之主色色座標移動。如在光強度 K 區 ($Y_{g, \max} > Y' > Y_{r, \max} + Y_{b, \max}$)，由於光強度 Y' 大於 C_r 與 C_b 之最大光強度和 $Y_{r, \max} + Y_{b, \max}$ ，因此當隨著光強度 Y' 增加時，兩個色域邊界頂點 K_3 會往 (x_g, y_g) 趨近，亦即此色域邊界頂點 K_3 在 C_r 與 C_b 之全開光強度的情況下與 C_g 部份光強度之混色重心點。此結論適用於多主色色域邊界的情況，如圖 4(b) 所示，當 Y' 大於兩個相鄰主色之最大光通量和 $Y_1 + Y_2$ 時，在 $Y_1 + Y_2 < Y' < Y_0 + Y_1 + Y_2$ 且 $Y_1 + Y_2 < Y' < Y_1 + Y_2 + Y_3$ 情況下，隨著 Y' 增加，其色域邊界頂點 M_1 與 M_2 將分別朝向 C_0 與 C_3 趨近，而 M_1 與 M_2 可由混色公式 (1) 推得，如式 (4) 與式 (5) 所示，其中 G 之定義如式 (6) 所示， G 代表相鄰兩主色 C_1 與 C_2 之光強度全開的混色重心。

同理當 Y' 大於三個相鄰主色之最大光通量和

$Y_1 + Y_2 + Y_3$ 時，在 $Y_1 + Y_2 + Y_3 < Y' < Y_0 + Y_1 + Y_2 + Y_3$ 且 $Y_1 + Y_2 + Y_3 < Y' < Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4$ 情況下，隨著 Y' 增加其色域邊界頂點 M_1 與 M_2 將分別朝向 C_0 與 C_4 趨近，而 M_1 與 M_2 可由混色公式 (1) 推得 $M_1 = P(G, C_0)$ 與 $M_2 = P(G, C_4)$ ，其中 G 為相鄰三主色 C_1 、 C_2 、 C_3 之光強度全開的混色重心。以此類推，當 Y' 大於 $j - i$ 個相鄰主色之最大光通量和 $C_i + C_{i+1} + \dots + C_{j-1} + C_j$ 時，在 $Y_i + Y_{i+1} + \dots + Y_j < Y' < Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1} + \dots + Y_j$ 且 $Y_i + Y_{i+1} + \dots + Y_j < Y' < Y_i + Y_{i+1} + \dots + Y_j + Y_{j+1}$ 情況下，隨著 Y' 增加，其色域邊界頂點 M_1 與 M_2 將分別朝向 C_i 與 C_{j+1} 趨近，而 M_1 與 M_2 可由混色公式 (1) 推得 $M_1 = P(G, C_i)$ 與 $M_2 = P(G, C_{j+1})$ ，其中 G 為相鄰主色 C_i 、 C_{i+1} 、 \dots 、 C_{j-1} 及 C_j 之光強度全開的混色重心。

由以上決定多主色色域邊界頂點的結論，將光強度 Y' 色域邊界頂點連接即為該光強度 Y' 之色域邊界，再將各光強度 Y' 色域邊界組合即可得多主色色域體積邊界，如圖 5 為四主色色域體積邊界的一個例子。

五、多主色顯示器之色域體積邊界上之色彩資訊

在探討三主色顯示器之色域體積邊界上色彩點時，我們先假設紅 C_r 、綠 C_g 、藍 C_b 三主色匣道的數位類比轉換之數位信息分別為 α 、 β 、 γ ，因此在 8 bit 數位類比轉換時， α 、 β 、 γ 匣道之數位訊息在 0 至 255 之間變動，而 $C_r(\alpha, 0, 0)$ 、 $C_g(0, \beta, 0)$ 、 $C_b(0, 0, \gamma)$ 分別表示 C_r 、 C_g 、 C_b 其各主色之灰階色彩點，且 $C_r(255, 0, 0)$ 、 $C_g(0, 255, 0)$ 、 $C_b(0, 0, 255)$ 為百分之百全開之 $C'_r(0, 0, 0)$ 、 $C'_g(0, 0, 0)$ 、 $C'_b(0, 0, 0)$ ，此處之 $C'_r(0, 0, 0)$ 、 $C'_g(0, 0, 0)$ 、 $C'_b(0, 0, 0)$ 為各主色最微弱光強度之色彩點，而 $C_m(255, 0, 255)$ 即表示 C_r 與 C_b 之混色重心 $P(C_b, C_r)$ 。由以上色域邊界理論，當得到各光強度 Y' 之色域邊界頂點時，色域體積的外殼可分割成 $3 \times (3 - 1)$ 個表面，如圖 6(a) 所示。此 $3 \times (3 - 1)$ 個表面可分成二個迴圈，每一迴圈含有三個表面，其中第一迴圈之三表面，可由五個色域邊界頂點連線決定。舉例來說，其中一個表面可由 $C'_b(0, 0, 0)$ 、 $C'_r(0, 0, 0)$ 、 $C_r(255, 0, 0)$ 、 $C_m(255, 0, 255)$ 及 $C_b(0, 0, 255)$ 決定，如圖 6(a) 所示，此表面上之色域邊界色彩點僅是 C_r 與 C_b 匣道之混色，這些色彩點之數位信息訊號為 $(\alpha, 0, \gamma)$ 。同理可知，另外兩個表面分別由 $C'_r(0, 0, 0)$ 、 $C'_g(0, 0, 0)$ 、 $C_g(0, 255, 0)$ 、 $C_m(255, 255, 255)$ 及 $C_r(255, 255, 0)$ 決定，如圖 6(b) 所示，此表面上之色域邊界色彩點僅是 C_r 與 C_g 匣道之混色，這些色彩點之數位信息訊號為 (α, β, γ) 。

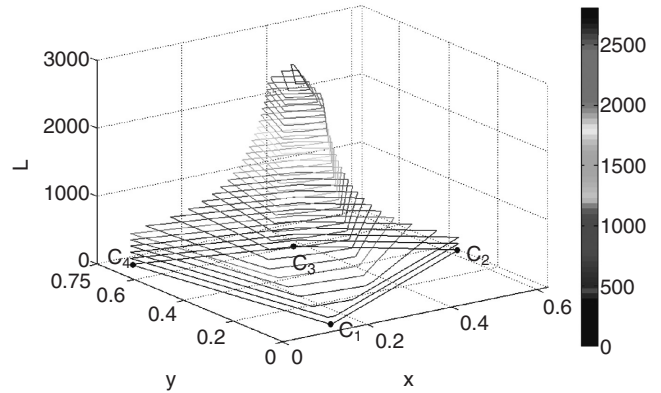
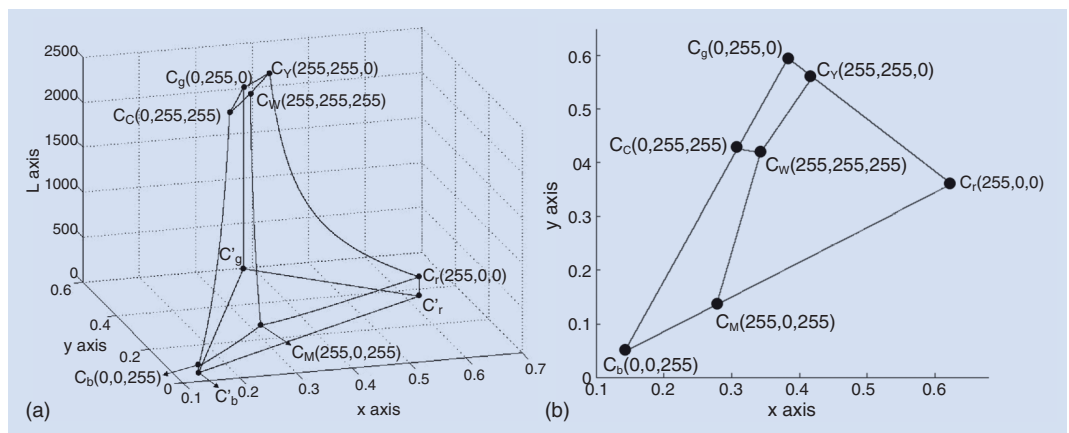


圖 5. 四主色色域體積之建構。

由以上色域邊界理論，當得到各光強度 Y' 之色域邊界頂點時，色域體積的外殼可分割成 $3 \times (3 - 1)$ 個表面，如圖 6(a) 所示。此 $3 \times (3 - 1)$ 個表面可分成二個迴圈，每一迴圈含有三個表面，其中第一迴圈之三表面，可由五個色域邊界頂點連線決定。舉例來說，其中一個表面可由 $C'_b(0, 0, 0)$ 、 $C'_r(0, 0, 0)$ 、 $C_r(255, 0, 0)$ 、 $C_m(255, 0, 255)$ 及 $C_b(0, 0, 255)$ 決定，如圖 6(a) 所示，此表面上之色域邊界色彩點僅是 C_r 與 C_b 匣道之混色，這些色彩點之數位信息訊號為 $(\alpha, 0, \gamma)$ 。同理可知，另外兩個表面分別由 $C'_r(0, 0, 0)$ 、 $C'_g(0, 0, 0)$ 、 $C_g(0, 255, 0)$ 、 $C_m(255, 255, 255)$ 及 $C_r(255, 255, 0)$ 決定，如圖 6(b) 所示，此表面上之色域邊界色彩點僅是 C_r 與 C_g 匣道之混色，這些色彩點之數位信息訊號為 (α, β, γ) 。

圖 6.

(a) 三主色色域體積外殼之表面定義的俯視圖。(b) 三主色色域體積外殼之表面定義的俯視圖。



$0, 0, 0$ 、 $C_g(0, 255, 0)$ 、 $C_Y(255, 255, 0)$ 、 $C_r(255, 0, 0)$ 與 $C'_g(0, 0, 0)$ 、 $C'_b(0, 0, 0)$ 、 $C_b(0, 0, 255)$ 、 $C_c(0, 255, 255)$ 、 $C_g(0, 255, 0)$ ，其表面色彩點之數位信息訊號分別為 $(\alpha, \beta, 0)$ 與 $(0, \beta, \gamma)$ 。

而第二迴圈之三表面可由四個色域邊界頂點連線決定。舉例來說，其中一個表面可由 $C_r(255, 0, 0)$ 、 $C_Y(255, 255, 0)$ 、 $C_w(255, 255, 255)$ 、 $C_M(255, 0, 255)$ ，此處 $C_w(255, 255, 255)$ 表示為三匣道皆全開之系統白點 $P(C_r, C_g, C_b)$ ，如圖 6(b) 所示，此時在這表面上之色域邊界色彩點，是在 C_r 之光強度全開之下 C_r 與 C_b 匣道之混色，這些色彩點之數位信息訊號為 $(255, \beta, \gamma)$ 。同理可知，另外兩個表面分別由 $C_g(0, 255, 0)$ 、 $C_c(0, 255, 255)$ 、 $C_w(255, 255, 255)$ 、 $C_Y(255, 255, 0)$ 與 $C_b(0, 0, 255)$ 、 $C_M(255, 0, 255)$ 、 $C_w(255, 255, 255)$ 、 $C_c(0, 255, 255)$ ，其表面色彩點之數位信息訊號分別為 $(\alpha, 255, \gamma)$ 與 $(\alpha, \beta, 255)$ ，由此可知，若在 ζ bit 數位類比轉換之三主色顯示媒介之色域體積邊界上的色彩數目為 $(2^\zeta)^3 - (2^\zeta - 2)^3 = 3 \times 2 \times (2^\zeta)^2 - 3 \times 2^2 \times 2^\zeta + 2^3$ 。

於四主色顯示媒介時可推得類似規律的方法，直接取得色域體積邊界上的色彩點。假設 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 四主色匣道的數位類比轉換之數位信息分別為 α 、 β 、 γ 、 κ ，且 ζ bit 數位類比轉換時，其 α 、 β 、 γ 、 κ 匣道之數位信息在 0 至 $2^\zeta - 1$ 之間變動，而 $C_1(\alpha, 0, 0, 0)$ 、 $C_2(0, \beta, 0, 0)$ 、 $C_3(0, 0, \gamma, 0)$ 與 $C_4(0, 0, 0, \kappa)$ 分別表示 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 其各主色之灰階色彩點，且 $C_1(\alpha, 0, 0, 0)$ 、 $C_2(0, \beta, 0, 0)$ 、 $C_3(0, 0, \gamma, 0)$ 、 $C_4(0, 0, 0, \kappa)$ 為百分之百全開之 $C'_1(0,$

表 1. 四主原色顯示媒介之第一圈色域表面決定點及位於色域表面上色彩點之數位訊息。

第一圈	五點色域表面決定點	於色域表面上色彩點之數位訊息
1	$C'_1, C'_2, C'_2, P(C_1, C_2), C_1$	$(\alpha, \beta, 0, 0)$
2	$C'_2, C'_3, C'_3, P(C_2, C_3), C_2$	$(0, \beta, \gamma, 0)$
3	$C'_3, C'_4, C'_4, P(C_3, C_4), C_3$	$(0, 0, \gamma, \kappa)$
4	$C'_4, C'_1, C_1, P(C_4, C_1), C_4$	$(\alpha, 0, 0, \kappa)$

$0, 0, 0, 0)$ 、 $C'_2(0, 0, 0, 0)$ 、 $C'_3(0, 0, 0, 0)$ 、 $C'_4(0, 0, 0, 0)$ ，此處之 $C'_1(0, 0, 0, 0)$ 、 $C'_2(0, 0, 0, 0)$ 、 $C'_3(0, 0, 0, 0)$ 與 $C'_4(0, 0, 0, 0)$ 為各主色最微弱光強度之色彩點， $P(C_1, C_2, C_3, \dots, C_N)$ 表示 $C_1, C_2, C_3, \dots, C_N$ 之混色重心點。當由色域邊界理論得到各光強度 Y' 之色域邊界頂點時，色域體積的外殼可分割成 $4 \times (4 - 1)$ 個表面，如圖 7(a) 所示，此 $4 \times (4 - 1)$ 個表面可分成 $(4 - 1)$ 個迴圈，每一迴圈含有四個表面，其中第一迴圈之四表面，可仍是由五個色域邊界頂點連線決定。舉例來說，其中一個表面可由 C'_1 、 C'_2 、 C_2 、 $P(C_1, C_2)$ 、 C_1 決定，如圖 7(a) 所示，此表面上之色域邊界色彩點僅是 C_1 與 C_2 匣道之混色，這些色彩點之數位信息訊號為 $(\alpha, \beta, 0, 0)$ 。同理其他表面之定義與其表面上色彩點之數位信息訊號列於表 1。

而第二迴圈之四表面，可由四個色域邊界頂點連線決定。舉例來說，其中一個表面可由 C_1 、 $P(C_1, C_2)$ 、 $P(C_4, C_1, C_2)$ 、 $P(C_4, C_1)$ 決定，如圖 7(b) 所示，此表面上之色域邊界色彩點是在 C_1 匣道全

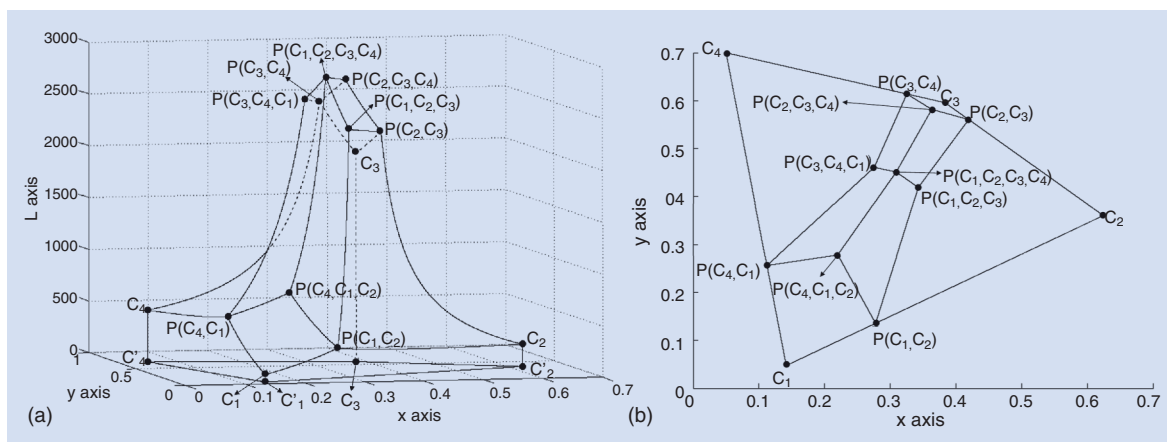


圖 7. (a) 四主色色域體積外殼之表面定義的俯視圖。(b) 四主色色域體積外殼之表面定義的俯視圖。

表 2. 四主原色顯示媒介之第二圈色域表面決定點及位於色域表面上色彩點之數位訊息。

第二圈	四點色域表面決定點	於色域表面上色彩點之數位訊息
1	$C_1, P(C_1, C_2), P(C_4, C_1, C_2), P(C_4, C_1)$	$(2^{\xi}-1, \beta, 0, \kappa)$
2	$C_2, P(C_2, C_3), P(C_1, C_2, C_3), P(C_1, C_2)$	$(\alpha, 2^{\xi}-1, \gamma, 0)$
3	$C_3, P(C_3, C_4), P(C_2, C_3, C_4), P(C_2, C_3)$	$(0, \beta, 2^{\xi}-1, \kappa)$
4	$C_4, P(C_4, C_1), P(C_3, C_4, C_1), P(C_3, C_4)$	$(\alpha, 0, \gamma, 2^{\xi}-1)$

開之下 C_2 與 C_4 匣道之混色，這些色彩點之數位信息訊號為 $(2^{\xi}-1, \beta, 0, \kappa)$ 。同理可知，第二圈其他表面之定義與其表面上色彩點之數位信息訊號列於表 2 所示。

同理第三迴圈之四表面可由四個色域邊界頂點連線決定。舉例來說，其中一個表面可由 $P(C_1, C_2), P(C_1, C_2, C_3), P(C_1, C_2, C_3, C_4), P(C_4, C_1, C_2)$ 決定，如圖 7(b) 所示，此表面上之色域邊界色彩點是在 C_1 及 C_2 匣道全開之下 C_3 與 C_4 匣道之混色，這些色彩點之數位信息訊號為 $(2^{\xi}-1, 2^{\xi}-1, \gamma, \kappa)$ ，同理第三圈其他表面之定義與其表面上色彩點之數位信息訊號列於表 3 所示。由此可知，在 ζ bit 數位類比轉換之四主色顯示媒介之色域體積邊界上的色彩數目為 $12 \times 2^{2\xi} - 24 \times 2^{\xi} + 14$ 。

對於 N 色顯示媒介而言，假設 C_1, C_2, \dots, C_N 之 N 主色匣道的數位類比轉換之數位信息分別為 D_1, D_2, \dots, D_N ，且 ζ bit 數位類比轉換時其 D_1, D_2, \dots, D_N 匣道之數位訊息在 0 至 $2^{\zeta}-1$ 之間變動，而 $C_1(D_1, 0, \dots, 0), C_2(0, D_2, 0, \dots, 0), \dots, C_N(0, 0, \dots, 0, D_N)$ 分別表示 C_1, C_2, \dots, C_N 其各主色之灰階色彩點，且 $C_1(D_1, 0, \dots, 0), C_2(0, D_2, 0, \dots, 0), \dots, C_N(0, 0, \dots, 0, D_N)$ 為百分之百全開之 $C'_1(D_1, 0, \dots, 0), C'_2(0, D_2, 0, \dots, 0), \dots, C'_N(0, 0, \dots, 0, D_N)$ ，此處之 $C'_1(D_1, 0, \dots, 0), C'_2(0, D_2, 0, \dots, 0), \dots, C'_N(0, 0, \dots, 0, D_N)$ 為各主色最微弱光強度之色彩點， $P(C_1, C_2, C_3, \dots, C_N)$ 表示 $C_1, C_2, C_3, \dots, C_N$ 之混色重心點。當由色域邊界理論得到各光強度 Y' 之色域邊界頂點時，色域體積的外殼可分割

成 $N \times (N-1)$ 個表面，此 $N \times (N-1)$ 個表面可分成 $(N-1)$ 個迴圈，每一迴圈含有 N 個表面，其中第一迴圈之 N 表面，可仍是由五個色域邊界頂點連線決定，舉例來說，其中一個表面可由 $C'_1, C'_2, C_2, P(C_1, C_2), C_1$ 決定。此表面上之色域邊界色彩點僅是 C_1 與 C_2 匣道之混色，這些色彩點之數位信息訊號為 $(D_1, D_2, 0, 0, \dots, 0)$ ，同理第 n^{st} 表面之定義與其表面上色彩點之數位信息分別是 $C'_n, C'_{n+1}, C_{n+1}, P(C_n, C_{n+1}), C_n$ 與 $(0, 0, \dots, D_n, D_{n+1}, 0, 0, \dots, 0)$ 。同理依此類推，可推得第一迴圈以外之表面是由四個色域邊界頂點連線決定，如第二圈之第 n^{st} 表面之定義與其表面上色彩點之數位信息分別是 $C_n, P(C_n, C_{n+1}), P(C_{n-1}, C_n, C_{n+1}), P(C_{n-1}, C_n)$ 與 $(0, 0, \dots, D_{n-1}, 2^{\xi}-1, D_{n+1}, 0, 0, \dots, 0)$ ，第 m 圈之第 n^{st} 表面之定義與其表面上色彩點之數位信息分別是 $P(C_n, \dots, C_{n+m-2}), P(C_n, \dots, C_{n+m-1}), P(C_{n-1}, C_n, \dots, C_{n+m-1}), P(C_{n-1}, C_n, \dots, C_{n+m-2})$ 與 $(0, 0, \dots, D_{n-1}, 2^{\xi}-1, \dots, 2^{\xi}-1, D_{n+1}, 0, 0, \dots, 0)$ ，如表 4 所示。由此可知 N 主色顯示媒介之色域體積邊界外殼是由 $N \times (N-1)$ 個表面構成，其表面之色彩點總共有 $N \times (N-1) \times 2^{2\xi} - 2N \times (N-1) \times 2^{\xi} + (N \times (N-1) + 2)$ 組合。

六、結論

由於色彩影像在不同媒介間之轉換，須使用色彩對映將色彩適當地對映至正確的色彩空間上，而建立顯示媒介之色域空間即為色彩對映的第一步。為了顯示真實體物的色彩再現，多主色顯示器能輕

表 3. 四主原色顯示媒介之第三圈色域表面決定點及位於色域表面上色彩點之數位訊息。

第三圈	四點色域表面決定點	於色域表面上色彩點之數位訊息
1	$P(C_1, C_2), P(C_1, C_2, C_3), P(C_1, C_2, C_3, C_4), P(C_4, C_1, C_2)$	$(2^{\xi}-1, 2^{\xi}-1, \gamma, \kappa)$
2	$P(C_2, C_3), P(C_2, C_3, C_4), P(C_1, C_2, C_3, C_4), P(C_1, C_2, C_3)$	$(\alpha, 2^{\xi}-1, 2^{\xi}-1, \kappa)$
3	$P(C_3, C_4), P(C_3, C_4, C_1), P(C_1, C_2, C_3, C_4), P(C_2, C_3, C_4)$	$(\alpha, \beta, 2^{\xi}-1, 2^{\xi}-1)$
4	$P(C_4, C_1), P(C_4, C_1, C_2), P(C_1, C_2, C_3, C_4), P(C_3, C_4, C_1)$	$(2^{\xi}-1, \beta, \gamma, 2^{\xi}-1)$

表 4.N 主原色顯示媒介之色域表面決定點及位於色域表面上色彩點之數位訊息。

第 m^{st} 圈	色域表面決定點	於色域表面上色彩點之數位訊息
$m = 1$	$C'_n, C'_{n+1}, C_{n+1}, P(C_n, C_{n+1}), C_n$	$(0, 0, \dots, D_n, D_{n+1}, 0, 0, \dots, 0)$
$m = 2$	$C_n, P(C_n, C_{n+1}), P(C_{n-1}, C_n, C_{n+1}), P(C_{n-1}, C_n)$	$(0, 0, \dots, D_{n-1}, 2^{\xi}-1, D_{n+1}, 0, 0, \dots, 0)$
:	:	:
m	$P(C_n, \dots, C_{n+m-2}), P(C_n, \dots, C_{n+m-1}), P(C_{n-1}, C_n, \dots, C_{n+m-1}), P(C_{n-1}, C_n, \dots, C_{n+m-2})$	$(0, 0, \dots, D_{n-1}, 2^{\xi}-1, \dots, 2^{\xi}-1, D_{n+m-1}, 0, \dots, 0)$
:	:	:
$m = N-1$	$P(C_n, \dots, C_{n+N-3}), P(C_n, \dots, C_{n+N-2}), P(C_1, C_2, \dots, C_N), P(C_{n-1}, C_n, \dots, C_{n+N-3})$	$(2^{\xi}-1, \dots, 2^{\xi}-1, D_{n-2}, D_{n-1}, 2^{\xi}-1, \dots, 2^{\xi}-1)$

易地呈現更多人能感知色域的色彩，因此多主色顯示媒介之色域體積建構是必要的。本文是由混色原理出發，推導出多主色色域邊界理論，再由其結論推出藉由適當地設定數位訊息，即可直接取得多主色顯示媒介之色域體積邊界上的色彩點，因此再以這些色彩點為基點去建構出色域體積邊界，如此不需花費多餘時間去篩選判斷出色彩點是否在色域體積邊界上，加快色域體積之建構速度，使得色彩對映時間縮短許多。而多主色色域體積邊界之求得，得以進一步瞭解色彩於色域體積內之分布，並可使用於色溫調校與影像色彩品質評估等相關應用。

參考文獻

1. Y. Wang and H. Xu, *Electronic Imaging and Multimedia Technology IV* (SPIE, Beijing, China), 332 (2005).
2. S. Wen, *Displays*, **26**, 171 (2005).
3. S. Roth, I. Ben-David, M. Ben-Chorin, D. Eliav, and O. Ben-David, *Digest SID'03* (2005).
4. T. Ajito, T. Obi, M. Yamaguchi, and N. Ohya, *Projection Displays 2000: Sixth in a Series* (SPIE, San Jose, CA, USA), 130 (2000).

5. T. Ajito, T. Obi, M. Yamaguchi, and N. Ohya, *Optical Engineering*, **38**, 1883 (1999).
6. Y. Murakami, N. Hatano, J. Takiue, M. Yamaguchi, and N. Ohya, *Liquid Crystal Materials, Devices, and Applications X and Projection Displays X* (SPIE, San Jose, CA, USA), 275 (2004).
7. M. Yamaguchi, T. Teraji, K. Ohsawa, T. Uchiyama, H. Motomura, Y. Murakami, and N. Ohya, *Color Imaging: Device-Independent Color, Color Hardcopy, and Applications VII* (SPIE, San Jose, CA, USA), 15 (2001).
8. M. Yamaguchi, R. Iwama, Y. Ohya, T. Obi, N. Ohya, Y. Komiya, and T. Wada, *Medical Imaging 1997: Image Display* (SPIE, Newport Beach, CA, USA), 482 (1007).
9. M. Ou-Yang and S.-W. Huang, *Journal of Display Technology*, **3**, 71 (2007).
10. D. W. Kang, Y. T. Kim, Y. H. Cho, K. H. Park, W. Choe, and Y. H. Ha, *Color Imaging X: Processing, Hardcopy, and Applications* (SPIE, San Jose, CA, USA), 354 (2005).
11. J. Giesen, E. Schuberth, K. Simon, and P. Zolliker, *Color Imaging X: Processing, Hardcopy, and Applications* (SPIE, San Jose, CA, USA), 201 (2005).
12. J. Morovi and R. Luo, *Color Research & Application*, **25**, 394 (2000).
13. Y. Wang and H. Xu, *Color Imaging X: Processing, Hardcopy, and Applications* (SPIE, San Jose, CA, USA), 354 (2005).
14. M. Ou-Yang and S.-W. Huang, *Opt. Express*, **15**, 13388 (2007).

- 歐陽盟先生為國立交通大學光電博士，現任國立中央大學光電科學與工程系副教授。
- 黃庭緯先生為國立中央大學光電科學與工程學系博士候選人。
- 郭怡婷小姐為國立交通大學應用藝術研究所博士候選人。
- Mang Ou-Yang received his Ph.D. in electro-optical engineering from National Chiao Tung University. He is currently an associate professor in the Department of Optics and Photonics at National Central University.
- Ting-Wei Huang is a Ph.D. candidate in the Department of Optics and Photonics at National Central University.
- Yi-Ting Kuo is a Ph.D. candidate in the Institute of Applied Arts at National Chiao-Tung University.