

# 多層透明板厚度及折射率量測系統

## Design of Thicknesses and Refractive Indices Measurement System for Multilayer Transparent Samples

施玟好、劉建聖

Wen-Yu Shih, Chien-Sheng Liu

在現今代表性的量測方法中，部分技術能測量厚度與折射率，但僅適用於薄板量測或單層特性個別量測，少數能同時測量多層厚度與折射率的技術，皆未考慮每層材料相互不平行的問題。為了改善現有技術的不足，本論文以幾何光學基本定理為基礎，提出一套新穎的光學量測方法，透過簡易的光路架構搭配歪斜光線追蹤法，不僅能同時量測多層透明待測物的折射率與厚度，也能量測不平行層的傾斜角度。

The representative measurement methods, including ellipsometry, interferometry, and confocal methods, can measure the thickness and refractive index of a transparent sample. However, all methods are limited by thickness range and do not consider that one layer may be nonparallel to each other. In order to improve the deficiencies of these techniques, this study proposes a novel optical inspection method based on the fundamental theorem of geometrical optics. Through a simple optical structure, it can measure not only the thicknesses and refractive indices of multilayer transparent samples, but also the inclination angles of nonparallel layer simultaneously.

### 一、前言

在現今代表性的三項光學檢測技術中，橢圓偏振法<sup>(1)</sup>是藉由分析感測器所接收到的反射光振幅比與相位差，用以計算出待測物的折射率與厚度，但僅適用於數奈米到數微米的薄膜量測，測量成本極高；干涉法<sup>(2)</sup>是兩束或以上的光波在空間中重疊時發生干涉，再藉由干涉條紋等訊號判斷待測物位置與尺寸，其可量測的待測物厚度亦受到限制；共焦法<sup>(3)</sup>因光在不同深度中具有不同的反射圖譜，透過在不同面上反射光的波長來檢測厚度，但多適用於厚度量測，較少量測材料折射率，且這三種檢測技術都無法量測不平行層的傾斜角度。

然而，同時量測多層樣本的厚度和折射率並不容易，在生物檢測的應用上，顯微鏡下的玻片間夾帶液體樣本，致使上下層玻片不平行，或在玻璃製造業中，複層玻璃與膠合玻璃的

品質檢測方面，都揭示考量材料不平行層的必要性。為了改善現有技術的不足，本論文目的是提出一項新穎的光學量測方法，以幾何光學為基礎，設計簡易的光路架構，搭配歪斜光線追蹤法追蹤光束，不僅能同時量測多層透明材料的折射率與厚度，也能量測不平行層的傾斜角度，且系統架構簡單，能有效降低成本。將本作品模組化後，亦能廣泛使用於光學顯微鏡上，為日後發展生物量測技術鋪路。

本論文與上述三項技術之比較結果如下表 1，在量測多層透明平板的厚度和折射率時，本論文技術與橢圓偏振法皆可量測，而干涉法與共焦法可測量厚度和單層折射率，多層折射率通常須結合其他方法才能量測，例如低同調干涉搭配共軛焦的量測系統，而材料層之間相互不平行形成的傾斜角度，只有本論文技術能作量測，且本量測系統能測量的樣本厚度不侷限於薄膜，因整體架構成本較低，在產品應用普及上，也具有較高的優勢。

表 1. 本論文與相關技術比較表。

	本系統	橢圓偏振法	干涉法	共焦法
多層樣本	可	可	可	可
厚度量測	可	可	可	可
折射量測	可	可	可(單層)	可(單層)
傾斜角度量測	可	不可	不可	不可
樣本厚度	厚薄皆可	薄膜	薄膜	厚薄皆可
量測成本	低	極高	高	高

## 二、本論文所提出之理論方法與架構

本章節介紹與本論文相關的基礎理論，包含齊次座標轉換與歪斜光線追蹤法，透過基礎理論的應用，建立本系統數學模型並推算出待測物的厚度、折射率與傾斜角度，接著介紹量測系統架構與量測的方式，最後透過 SOLIDWORKS 軟體建置實驗架構，再由 ZEMAX 光學模擬軟體來模擬，驗證本系統的可實行性。

### 1. 齊次座標轉換

齊次座標 (homogeneous coordinate) 是以  $n + 1$  度空間向量，表示度空間物體座標的方法，其中所增加的元素為一比例因子 (scale factor)，此向量每一元素包含比例因子，乘上一常數時不改變其意義。齊次座標轉換矩陣 (homogeneous coordinate transformation matrix) 為一  $4 \times 4$  之矩陣，可用於空間中的平移 (translation)、旋轉 (rotation)、放大 (stretching) 及透視 (perspective) 的轉換。本作品使用齊次座標轉換表示各光學元件之邊界，建立光線經過各鏡組邊界之數學模型<sup>(4,5)</sup>。

假設三維空間中任一點  $P_i$  的位置向量為  $P_i = P_{ix}i + P_{iy}j + P_{iz}k$ ，齊次座標理論將此向量表示為  ${}^jP_i = [P_{ix} \ P_{iy} \ P_{iz} \ 1]^T$ ，上標  $j$  表示此向量相對於  $(xyz)_j$  座標系。而原點的位置向量表示為  $[0 \ 0 \ 0 \ n]^T$ ，其中  $n$  為一非零的比例因子，方向向量則表示為  $[a \ b \ c \ 0]^T$ 。

若給定三維空間中一點  ${}^jP_k$ ，可透過矩陣乘積  ${}^iP_k = {}^iA_j {}^jP_k$  求得位置向量  ${}^iP_k$ ，其中  ${}^iA_j$  為座標系  $(xyz)_j$  相對於座標系  $(xyz)_i$  位置與方向的齊次座標轉換矩陣，三維空間中的齊次座標轉換矩陣可表示為  ${}^iA_j$ ：

$${}^i A_j = \begin{bmatrix} I_{ix} & J_{ix} & K_{ix} & t_{ix} \\ I_{iy} & J_{iy} & K_{iy} & t_{iy} \\ I_{iz} & J_{iz} & K_{iz} & t_{iz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

齊次座標轉換矩陣每一行代表一向量， $[I_{ix} \ I_{iy} \ I_{iz} \ 0]^T$ 、 $[J_{ix} \ J_{iy} \ J_{iz} \ 0]^T$ 、 $[K_{ix} \ K_{iy} \ K_{iz} \ 0]^T$  分別表示座標系  $(xyz)_j$  中三座標軸  $(x_j, y_j, z_j)$  的單位向量在座標系  $(xyz)_i$  的相對向量，並以  $[t_{ix} \ t_{iy} \ t_{iz} \ 0]^T$  表示座標系  $(xyz)_j$  的原點相對於座標系  $(xyz)_i$  的平移量。

### (1) 平移座標轉換矩陣

以  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別表示座標系  $(xyz)_j$  相對於座標系  $(xyz)_i$  的平移量，則可將座標系  $(xyz)_j$  相對於座標系  $(xyz)_i$  的平移座標轉換矩陣表示為：

$${}^i A_j = Trans(a, b, c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

### (2) 旋轉座標轉換矩陣

繞軸  $x_i$  旋轉  $\Omega_S$  角的旋轉座標轉換矩陣可表示為：

$${}^i A_j = Rot(x, \Omega_S) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega_S & -\sin \Omega_S & 0 \\ 0 & \sin \Omega_S & \cos \Omega_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

繞軸  $y_i$  旋轉  $\Psi_S$  角的旋轉座標轉換矩陣可表示為：

$${}^i A_j = Rot(y, \Psi_S) = \begin{bmatrix} \cos \Psi_S & 0 & \sin \Psi_S & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \Psi_S & 0 & \cos \Psi_S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

繞軸  $z_i$  旋轉  $\Phi_S$  角的旋轉座標轉換矩陣可表示為：

$${}^i A_j = Rot(z, \Phi_S) = \begin{bmatrix} \cos \Phi_S & -\sin \Phi_S & 0 & 0 \\ \sin \Phi_S & \cos \Phi_S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

由初始座標系  $(xyz)_0$ ，結合平移及旋轉齊次座標轉換矩陣的組合，即齊次座標轉換矩陣的連續乘積，可得最終座標系  $(xyz)_k$  相對於座標系  $(xyz)_0$  的轉換矩陣：

$${}^0A_k = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 \cdots {}^{k-1}A_k = \prod_{i=1}^k {}^{i-1}A_i \quad (6)$$

## 2. 歪斜光線追蹤法

幾何光學是以光線的概念為基礎，簡化複雜的光傳播現象，幾何光學理論多半假設光學系統理想，所有光線皆落在近軸區，可利用近軸光學理論等方法建立光追跡模型，例如：三角測距，但實際上大部分光學系統的光線並非皆在近軸區。當光學系統的視界已超出近軸區許多時，實際成像的大小和位置與理想成像會有所差異，此差異即為像差 (aberration)。在幾何光學中，歪斜光線是最接近真實情況的光線路徑，因此 Lin 等人藉由齊次座標轉換定義元件的座標系，發展出矩陣式歪斜光線追蹤法，建立精確光學系統模式<sup>(4)</sup>。本章節提及之基礎理論的實際應用以及數學推導，將在後續章節做詳細介紹。

## 3. 量測系統架構

本論文所提多層透明材料之厚度與折射率量測系統主要由兩系統構成：量測系統 (measurement system) 和自動對焦系統 (auto-focusing system)，如圖 1 所示。設計的量測樣本為多層堆疊的透明平板 (multilayer sample)，量測目標為各層的厚度與折射率，又因空氣或水等流體會影響上層樣本是否平行於下層樣本<sup>(6)</sup>，所以也測量了不平行層的傾斜角度<sup>(7)</sup>。

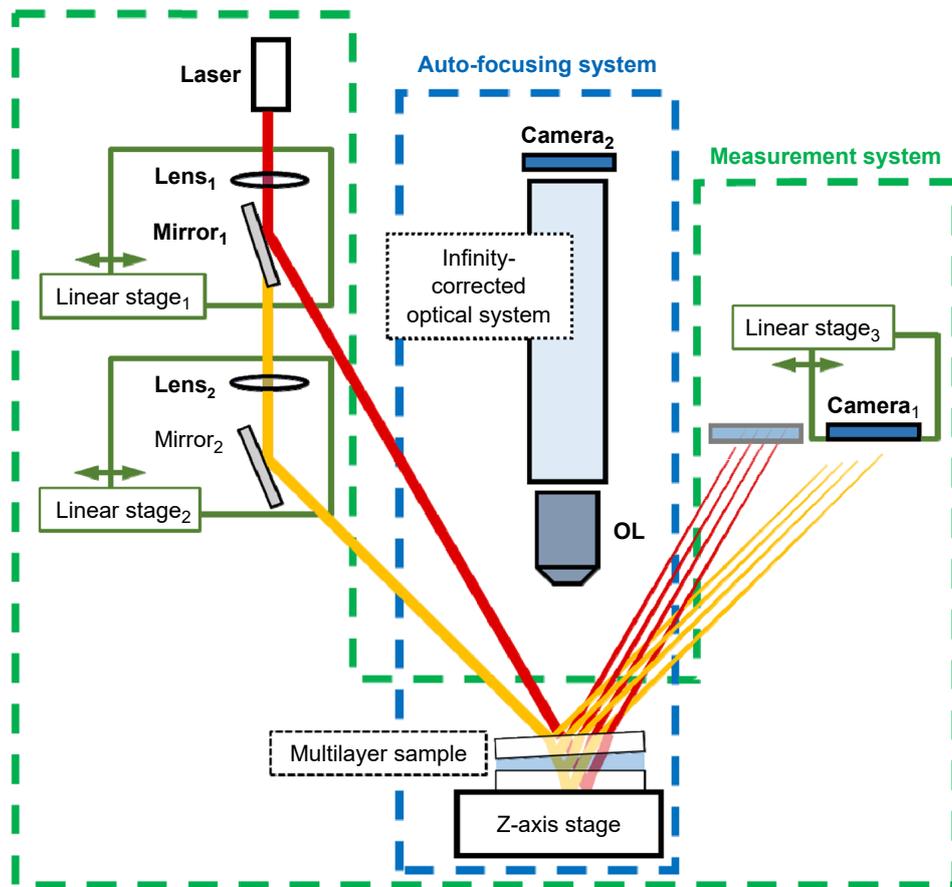


圖 1. 本論文所提量測系統架構圖。

說明多層透明材料之厚度與折射率的量測方法，檢測樣品以三層透明材料為例，在實際應用中，因空氣或水等流體層會影響每層介面是否相互平行，除了各層之折射率與厚度外，亦須量測介面的傾斜角度，此處以第二層材料傾斜為例，模擬生物玻片中的液態物質，推導數學模型。

量測光束以入射角  $\theta$  進入多層待測物，示意圖如圖 2 所示，下層樣本的底部置於  $XY$  平面上，座標原點定義在實驗治具中心，以  $(n_1, n_2, n_3)$  分別表示上中下層待測物的折射率，以  $(t_1, t_2, t_3)$  分別表示上中下層待測物的厚度，傾斜角度導致中層各位置厚度不一，因此將各層厚度定義為  $Z$  軸與上下介面交點的最短距離，以  $(\Omega, \Phi)$  分別表示上介面對  $X$  軸旋轉角度與對  $Z$  軸旋轉角度。

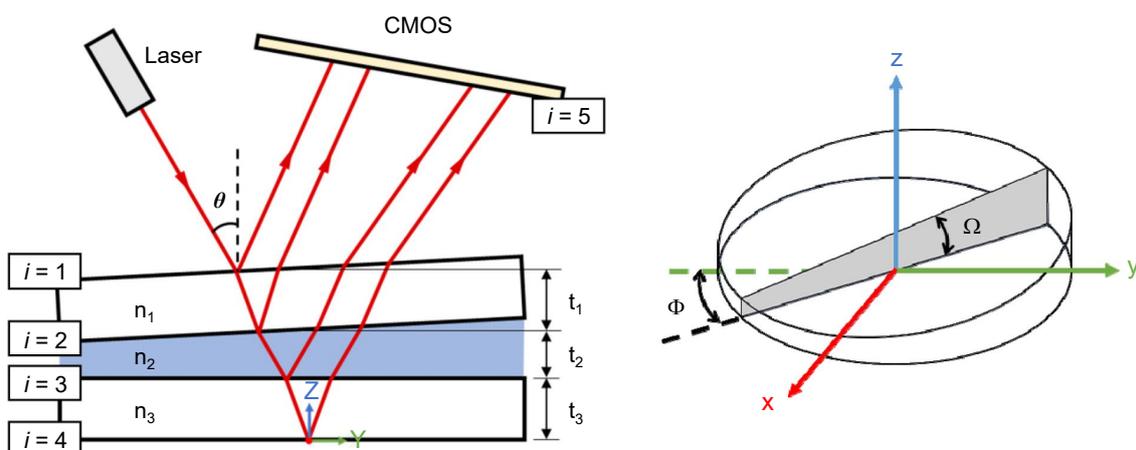


圖 2. 本論文所提量測參數圖。

數學模型以歪斜光線追跡法推導，在此過程中皆是以世界座標系  $(xyz)_R$  作為整體系統的參考座標系，因此必須以齊次座標轉換矩陣  ${}^R A_i$  將相對於第  $i$  座標系轉換至相對於世界座標  $(xyz)_R$  系中。首先在系統空間中定義一個世界座標系  $(xyz)_R$ ，定義光線經過之各光學邊界面，由行經順序編號，而光學邊界面座標系  $(xyz)_i$  相對於世界座標系  $(xyz)_R$  的轉換矩陣  ${}^R A_i$  可表示為：

$${}^R A_i = \begin{bmatrix} I_{ix} & J_{ix} & K_{ix} & t_{ix} \\ I_{iy} & J_{iy} & K_{iy} & t_{iy} \\ I_{iz} & J_{iz} & K_{iz} & t_{iz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

各邊界面座標系  $(xyz)_i$  相對於世界坐標系  $(xyz)_R$  的齊次座標轉換矩陣之參數如表 2 所示。設定雷射源座標系  $(xyz)_0$  涵蓋雷射源安裝誤差，定義雷射點光源之位置向量  ${}^0 \bar{P}_0$  及單位方向向量  ${}^0 \bar{l}_0$  如下：

$${}^0 \bar{P}_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (8)$$

$${}^0 \bar{l}_0 = [0 \quad 0 \quad -1 \quad 0]^T \quad (9)$$

表 2. 表面邊界之座標轉換矩陣對照表之一。

$i$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$
Element	Sample	Sample	Sample	Sample	CMOS
$N_i$	$\frac{n_{air}}{n_1}$ or $\frac{n_1}{n_{air}}$	$\frac{n_1}{n_2}$ or $\frac{n_2}{n_1}$	$\frac{n_2}{n_3}$ or $\frac{n_3}{n_2}$	reflected	
$I_{ix}$	$\cos \Phi$	$\cos \Phi$	1	1	1
$I_{iy}$	$\sin \Phi$	$\sin \Phi$	0	0	0
$I_{iz}$	0	0	0	0	0
$J_{ix}$	$-\sin \Phi \cos \Omega$	$-\sin \Phi \cos \Omega$	0	0	0
$J_{iy}$	$\cos \Phi \cos \Omega$	$\cos \Phi \cos \Omega$	1	1	$\cos 150^\circ$
$J_{iz}$	$\sin \Omega$	$\sin \Omega$	0	0	$\sin 150^\circ$
$K_{ix}$	$\sin \Phi \sin \Omega$	$\sin \Phi \sin \Omega$	0	0	0
$K_{iy}$	$-\cos \Phi \sin \Omega$	$-\cos \Phi \sin \Omega$	0	0	$-\sin 150^\circ$
$K_{iz}$	$\cos \Omega$	$\cos \Omega$	1	1	$\cos 150^\circ$
$t_{ix}$	0	0	0	0	-0.36
$t_{iy}$	0	0	0	0	25.56/50.56
$t_{iz}$	$t_1 + t_2 + t_3$	$t_2 + t_3$	$t_3$	0	60.43

矩陣  ${}^R A_0$  作為雷射源誤差矩陣，因此包含安裝誤差之雷射源相對於世界座標系  $(xyz)_R$  的位置向量  ${}^R \bar{P}_0$  及單位方向向量  ${}^R \bar{\ell}_0$  可表示為：

$${}^R \bar{P}_0 = {}^R A_0 {}^0 \bar{P}_0 \quad (10)$$

$${}^R \bar{\ell}_0 = {}^R A_0 {}^0 \bar{\ell}_0 \quad (11)$$

因雷射光經過的介面皆為平坦邊界，根據理論，在定義完多層待測物的各表面後，開始追跡光線行經各邊界的入射點，依照以下算式依序追跡各表面至 CMOS 上：

$${}^R \bar{P}_i = {}^R \bar{P}_{i-1} + \lambda_i {}^R \bar{\ell}_{i-1} \quad (12)$$

$${}^i \bar{P}_i = {}^R A_i^{-1} ({}^R \bar{P}_{i-1} + \lambda_i {}^R \bar{\ell}_{i-1}) = {}^R A_i^{-1} {}^R \bar{P}_i \quad (13)$$

其中，式 (12) 與式 (13) 中的  $\lambda_i$  表示為光源  $P_{i-1}$  至入射點  $P_i$  向量大小。

邊界表面上入射點之光線單位方向向量依照以下算式得知：

$${}^i \bar{v}_i = s_i [0 \ 0 \ 1 \ 0]^T \quad (14)$$

$${}^R \bar{v}_i = {}^R A_i {}^i \bar{v}_i \quad (15)$$

$$C\theta_i = |\bar{\ell}_{i-1} \cdot {}^R \bar{v}_i| \quad (16)$$

$$\bar{l}_i = \begin{bmatrix} l_{ix} \\ l_{iy} \\ l_{iz} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{i-1x} + 2v_{ix}C\theta_i \\ l_{i-1y} + 2v_{iy}C\theta_i \\ l_{i-1z} + 2v_{iz}C\theta_i \\ 0 \end{bmatrix} = \bar{l}_{i-1} + 2^R \bar{v}_i C\theta_i \quad (17)$$

$$\bar{l}_i = \begin{bmatrix} l_{ix} \\ l_{iy} \\ l_{iz} \\ 0 \end{bmatrix} = {}^R \bar{v}_i \left( N_i C\theta_i - \sqrt{1 - N_i^2 + (N_i C\theta_i)^2} \right) + N_i \bar{l}_{i-1} \quad (18)$$

單位法向量  ${}^i \bar{v}_i$  可能位在兩側，而具備兩個相反方向的向量，所以可能為  $-1$  或  $+1$ ，則以式 (14) 是否大於零為依據來決定  $s_i$  的正負。而式 (16) 中的三角函數  $\cos$  以  $C$  表示，後續數學式也以此簡化表示三角函數。

若所求為反射光線之單位方向向量，則依照式 (17)；若為折射光線，則依照式 (18)。依照歪斜光線追跡法建立數學模型時，由前一個邊界上的入射點位置和光線方向向量追跡至下一個邊界上的入射點位置，並計算經過該邊界後反射光或折射光的新方向向量，不斷重複上述步驟，直到追跡至感測器為止。

三層透明材料有四個平坦邊界面 ( $i = 1 \sim 4$ )，量測光線經過邊界面會分別產生反射光線與折射光線，最終在感測器上會接收到相對應平面反射回來的四個光斑，以 ( $Spot_1, Spot_2, Spot_3, Spot_4$ ) 分別表示。每個光斑行經的路徑不同，當追跡介面  $i = 1$  對應的光斑  $Spot_1$  時，量測光線入射至介面  $i = 1$ ，經過該邊界後轉為反射光，再追跡至感測器；當追跡介面  $i = 2$  對應的光斑  $Spot_2$  時，量測光線先入射至介面  $i = 1$  後轉為折射光，再入射至介面  $i = 2$  後轉為反射光，接著入射至介面  $i = 1$  後轉為折射光，最後到達感測器上，其餘光斑以此類推，經過邊界面後為反射光或折射光可對照表 3 來判斷追跡的光線路徑。

表 3. 各光斑行經介面的反射或折射現象對照表。

Sequence	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 3$	$i = 2$	$i = 1$
$Spot_1$	reflect						
$Spot_2$	refract	reflect					refract
$Spot_3$	refract	refract	reflect			refract	refract
$Spot_4$	refract	refract	refract	reflect	refract	refract	refract

光線最終到達感測器 CMOS 後，可分別得到四個光斑的位置資訊，表示為感測器讀值對量測目標之函數，如以下八條方程式：

$$X_1 = f_1(t_1, t_2, t_3, \Omega, \Phi) \quad (19)$$

$$Y_1 = f_2(t_1, t_2, t_3, \Omega, \Phi) \quad (20)$$

$$X_2 = f_3(m_1, t_1, t_2, t_3, \Omega, \Phi) \quad (21)$$

$$Y_2 = f_4(n_1, t_1, t_2, t_3, \Omega, \Phi) \quad (22)$$

$$X_3 = f_5(n_1, n_2, t_1, t_2, t_3, \Omega, \Phi) \quad (23)$$

$$Y_3 = f_6(n_1, n_2, t_1, t_2, t_3, \Omega, \Phi) \quad (24)$$

$$X_4 = f_7(n_1, n_2, n_3, t_1, t_2, t_3, \Omega, \Phi) \quad (25)$$

$$Y_4 = f_8(n_1, n_2, n_3, t_1, t_2, t_3, \Omega, \Phi) \quad (26)$$

由理論得知，光的折反射相依於點光源  $\bar{P}_{i-1}$ 、入射光線  $\bar{L}_{i-1}$ 、邊界法向量  $\bar{v}_i$  和相對折射率  $N_i$ ，若量測光線由同一點光源射出，同一入射角  $\theta_1$  射入多層待測物，經過四個邊界面，生成的每個光斑行經路徑會部分重合，八條方程式中部分方程式相依，不足以解出所求的八個未知數。因此，增加另一道量測光線由另一點光源射出，並以不同入射角度  $\theta_2$  射入多層待測物，感測器擷取的光斑數量增加為八個，方程式數量增加為十六條，方能解出所求的八個未知數  $(n_1, n_2, n_3, t_1, t_2, t_3, \Omega, \Phi)$ 。

本論文設計以不同入射角  $(\theta_1, \theta_2)$  的兩光線量測多層透明材料，如圖 3 所示，兩道光分別以兩色標示，光在影像感測器 CMOS 上的成像如圖 4 所示，八個光斑可推得十六條方程式  $(X_{a,b}, Y_{a,b})$ ， $a(a=1\sim 4)$  表示四個邊界面反射的四個光斑，由反射的介面  $i$  依序編號，對應式 (19) 至式 (26)， $b(b=1\sim 2)$  表示兩道量測光線。

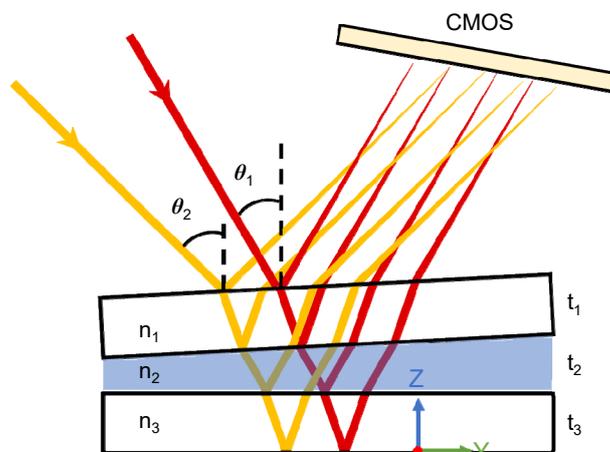


圖 3. 本論文所提量測示意圖。

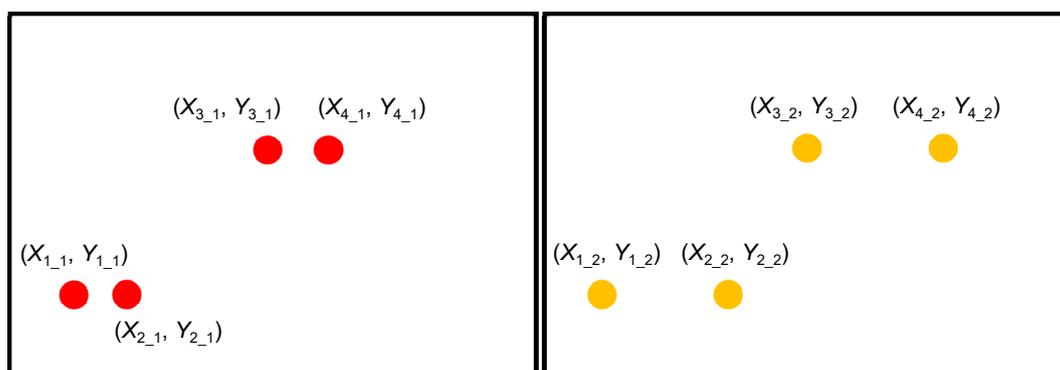


圖 4. CMOS 擷取影像示意圖。

舉另一樣檢測樣品為例，假設三層待測物上下層不是平行玻片，而是有角度的楔形，在實際應用中也可能遇到此情境，如圖 5 所示，介面 ( $i = 1\sim 3$ ) 相對於 XY 平面皆存在兩個傾斜角度，各邊界面座標系  $(xyz)_i$  相對於世界坐標系  $(xyz)_R$  的齊次座標轉換矩陣之參數如表 4 所示，而所求的未知數由八個增加為十二個 ( $n_1, n_2, n_3, t_1, t_2, t_3, \Omega_1, \Phi_1, \Omega_2, \Phi_2, \Omega_3, \Phi_3$ )，量測方法皆與前面的說明相同。

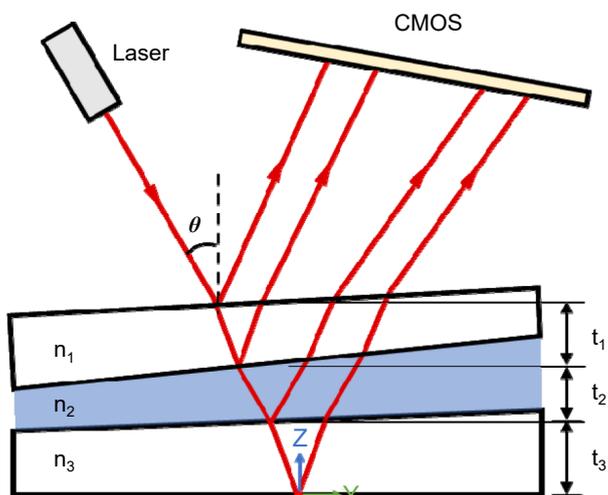


圖 5. 楔形玻片待測物。

表 4. 表面邊界之座標轉換矩陣對照表之二。

$i$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$
Element	Sample	Sample	Sample	Sample	CMOS
$N_i$	$\frac{n_{air}}{n_1}$ or $\frac{n_1}{n_{air}}$	$\frac{n_1}{n_2}$ or $\frac{n_2}{n_1}$	$\frac{n_2}{n_3}$ or $\frac{n_3}{n_2}$	reflected	
$I_{ix}$	$\cos \Phi_1$	$\cos \Phi_2$	$\cos \Phi_3$	1	1
$I_{iy}$	$\sin \Phi_1$	$\sin \Phi_2$	$\sin \Phi_3$	0	0
$I_{iz}$	0	0	0	0	0
$J_{ix}$	$-\sin \Phi_1 \cos \Omega_1$	$-\sin \Phi_2 \cos \Omega_2$	$-\sin \Phi_3 \cos \Omega_3$	0	0
$J_{iy}$	$\cos \Phi_1 \cos \Omega_1$	$\cos \Phi_2 \cos \Omega_2$	$\cos \Phi_3 \cos \Omega_3$	1	$\cos 150^\circ$
$J_{iz}$	$\sin \Omega_1$	$\sin \Omega_2$	$\sin \Omega_3$	0	$\sin 150^\circ$
$K_{ix}$	$\sin \Phi_1 \sin \Omega_1$	$\sin \Phi_2 \sin \Omega_2$	$\sin \Phi_3 \sin \Omega_3$	0	0
$K_{iy}$	$-\cos \Phi_1 \sin \Omega_1$	$-\cos \Phi_2 \sin \Omega_2$	$-\cos \Phi_3 \sin \Omega_3$	0	$-\sin 150^\circ$
$K_{iz}$	$\cos \Omega_1$	$\cos \Omega_2$	$\cos \Omega_3$	1	$\cos 150^\circ$
$t_{ix}$	0	0	0	0	-0.36
$t_{iy}$	0	0	0	0	25.56/50.56
$t_{iz}$	$t_1 + t_2 + t_3$	$t_2 + t_3$	$t_3$	0	60.43

最後進行模擬，證明此量測方法可以應用在更多情況，求解的未知數也不受限於八個，其他可能發生的情況還有層數增加，每增加一層待測物，就會增加一個邊界面與一個光

斑，未知數至少增加該層的折射率與厚度，由邊界表面是否傾斜來決定是否需要定義更多參數。

本論文目的是量測材料與厚度都未知的多層待測物，在無法判斷邊界表面是否傾斜的情況下，建議先定義為傾斜，倘若實際是表面平行於  $XY$  平面，算出來的角度  $\Omega$  會趨近於  $0$ ，角度  $\Phi$  則在  $0^\circ\sim 360^\circ$  之間皆有可能，因為角度  $\Omega$  極小就表示表面幾近平行，並不影響量測結果。

#### 4. 影像處理

本論文會對單色照相機擷取畫面進行影像處理，包含二值化、形態學、重心計算等，以利後續計算厚度、折射率和傾斜角度。重心計算是用來判斷光斑重心的運算法，在座標  $(i, j)$  像素點的強度值以  $P_{ij}$  表示，作為權重與其所在位置相乘，再除以影像像素強度值的總和，可以得到該光斑重心所在的位置  $(x_{centroid}, y_{centroid})$ ，運算式如下：

$$x_{centroid} = \frac{\sum \sum x P_{ij}}{\sum \sum P_{ij}} \quad (27)$$

$$y_{centroid} = \frac{\sum \sum y P_{ij}}{\sum \sum P_{ij}} \quad (28)$$

#### 5. 量測方式

本論文所提量測系統架構如圖 6 所示，量測流程如圖 7 所示。

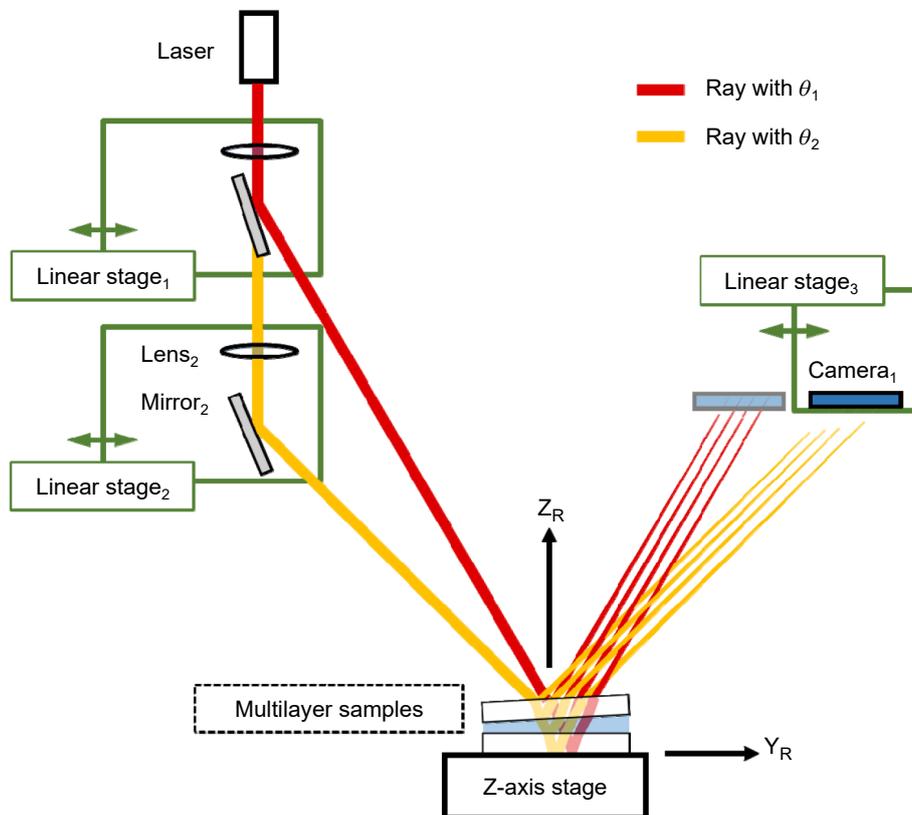


圖 6. 本論文所提量測系統架構圖。

在架設完量測系統並對系統做安裝誤差的補償後，將多層透明待測物置於 Z 軸位移平台上，即可進行量測。首先由雷射二極體 Laser 射出光線，經過準直透鏡後以平行光前進，透過移動兩線性位移平台 (Linear stage<sub>1</sub>, Linear stage<sub>2</sub>) 生成量測所需的兩束不同入射角度的光。入射角  $\theta_1$  的光線是移動 Linear stage<sub>1</sub> 至路徑上，使雷射光通過聚焦透鏡 Lens<sub>1</sub> 和平面反射鏡 Mirror<sub>1</sub>，透過傾斜的反射鏡改變光前進方向，光線以入射角  $\theta_1$  進入待測物，再由 Linear stage<sub>3</sub> 移動影像感測器 Camera<sub>1</sub> 至適當位置，擷取影像並記錄光斑位置訊號。入射角  $\theta_2$  的光線是將 Linear stage<sub>1</sub> 移開並將 Linear stage<sub>2</sub> 移至路徑上，使雷射光通過聚焦透鏡 Lens<sub>2</sub> 和平面反射鏡 Mirror<sub>2</sub>，光線以入射角  $\theta_2$  進入待測物，重複同樣步驟擷取影像訊號。

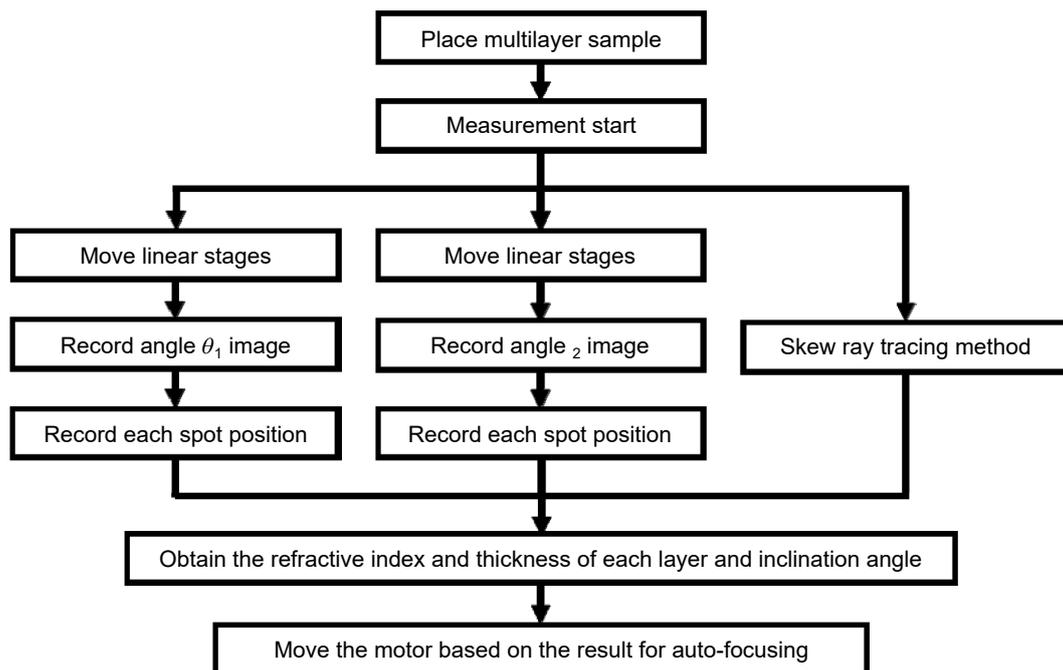


圖 7. 量測流程圖。

將系統座標與雷射源座標代入數學模型中，可以追跡到光線行經軌跡和感測器上八個光斑的理想值，將正向運算得到的理想讀值與 Camera<sub>1</sub> 讀取的實際讀值代入方程式中，令其差值為零，並使用 MATLAB 的函數 fsolve 逆向求解出多層厚度、折射率與傾斜角度。

再由已知訊息計算出待測物的離焦距離，並輸入至 Z 軸位移平台，透過精密位移平台升降，進行對目標平面的自動對焦，由同軸視覺設備與影像感測器可以時時觀察對焦效果，亦可即時擷取對焦畫面。

### 三、數值模擬與實驗結果

#### 1. 實驗模擬

透過 SOLIDWORKS 繪圖軟體建置實驗架構，如圖 8 所示，由模擬建立參考座標系  $(xyz)_R$ ，並量測各元件的座標，代入後續的分析中。

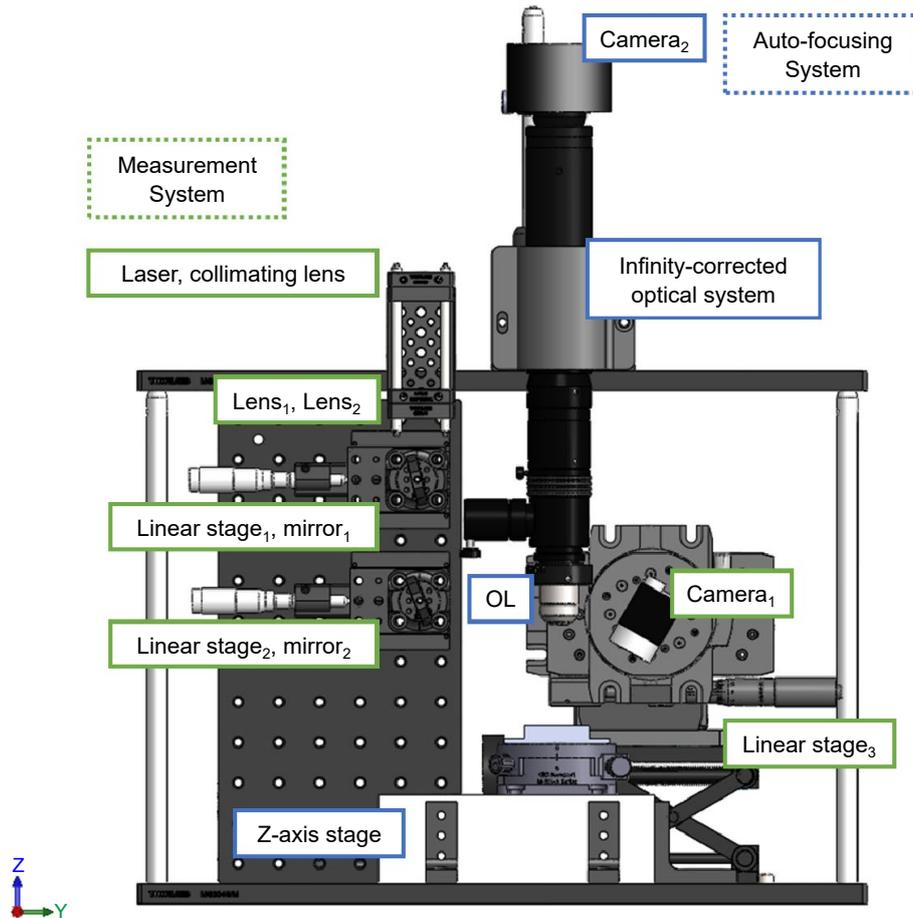


圖 8. SOLIDWORKS 架構平面圖。

透過 ZEMAX 光學模擬軟體來驗證此系統的可行性，以非序列模式建立量測系統架構。首先，設定雷射光源為高斯光源，波長設定為 658 nm，並依照實驗室環境來設定環境參數。再者，輸入各個光學元件的模型圖檔，設定參數包含位置、尺寸、材質與膜層等，如圖 9 所示。

由 ZEMAX 的感測器擷取兩張影像，即為不同入射角射入待測物後，經各介面反射回到感測器的光斑影像，由於每張影像的光斑數大於一，無法使用內建評價函數編輯器取得光點位置資訊，因此輸出影像矩陣表，其行列數為感測器 XY 方向的像素數，每格內的數據代表該像素的光強值。將影像矩陣輸入至 MATLAB 處理，流程如圖 10 所示，首先將影像矩陣檔案儲存為 Excel 格式，由 MATLAB 讀取入射角  $\theta_1$  對應的像素表格，接著將所有像素點以座標  $(i, j)$  編號，並紀錄有接受到光的像素座標。

透過 DBSCAN 分群法，首先決定距離，以其中一偵測到光的像素點為圓心和這個距離為半徑畫圓，用其他像素有無被包含在圓內來判斷是否同群，再決定最少點數，代表群內樣本數大於最少點數稱為一群，將感測到光的像素分群。K-medoids 分群法先決定要分成  $k$  個聚類，並隨機選擇  $k$  個點作為群心，這些群心必須為實際樣本點，接著計算每個樣本點與群心之間的距離，以此為標準將  $n$  個點分類到最近的群，接著每個聚類計算其樣本點之間的距離，選擇距離和最小的樣本點為新群心，以新的群心為標準重新分群，當分群與群集中心不再改變時即完成。

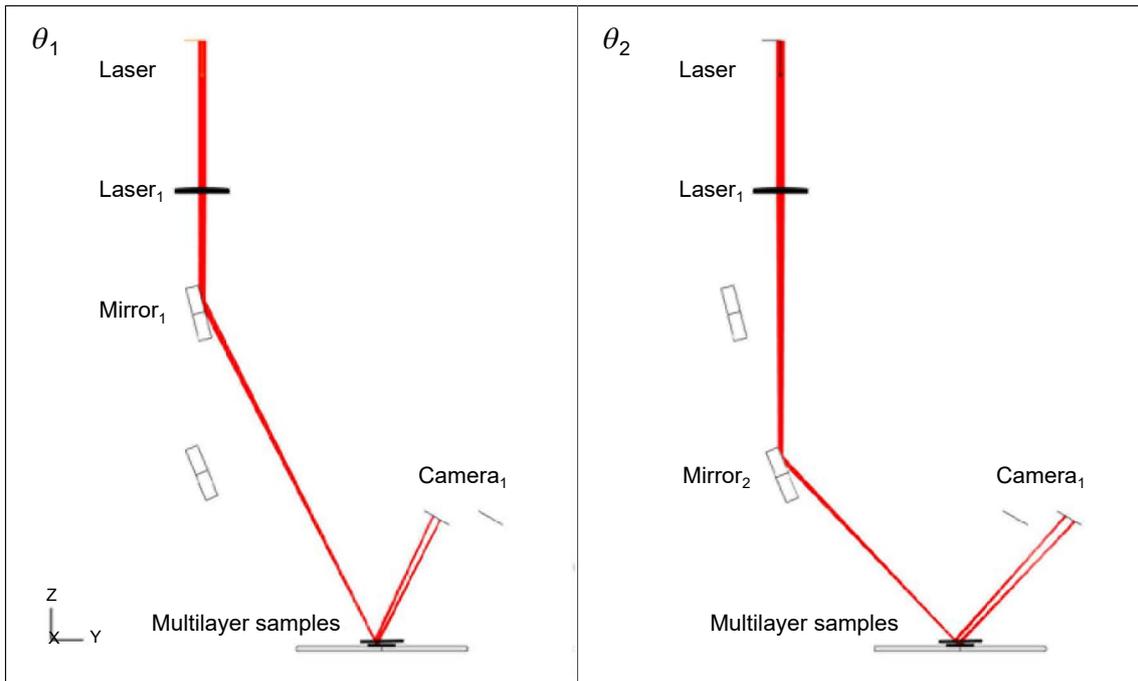


圖 9. ZEMAX 模擬架構圖。

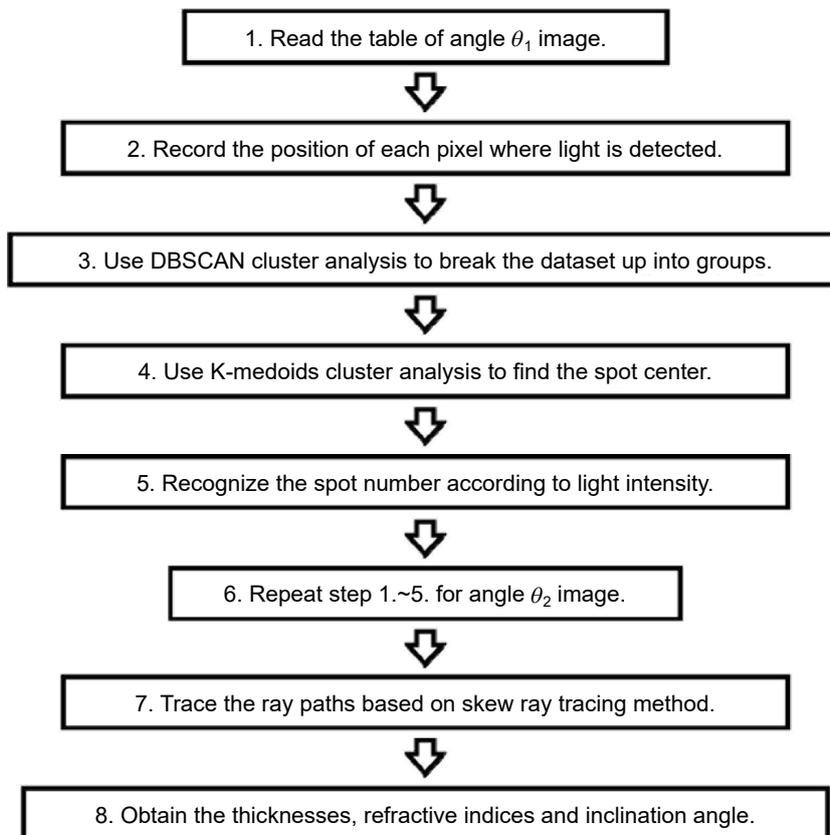


圖 10. MATLAB 分析流程圖。

DBSCAN 分群法將有接受到光的像素座標依序分成數群，其優點是每次分群皆依相同順序分群，分群結果與聚類編號固定，缺點則是無法直接找出群心。在已知群數後，使用 K-medoids 分群法來計算群心位置，其優點是可直接找出群心，缺點則是須事先知道群數，且隨機分群使聚類編號不固定，影響後續步驟。同時使用兩分群法，可相互彌補缺點，取其優點找出四個光斑的群心位置。

依照光斑的光強值，可使程式自動辨識出每層介面對應到的光斑，將介面編號與聚類編號匹配，接著對另一入射角的像素表格重複上述步驟，可得八個光斑位置。以歪斜光線追跡法追跡出光線軌跡，並利用 MATLAB 內建函數 fsolve 解出所求的各層厚度、折射率與傾斜角度。

在光學模擬前列出所有實驗可能的待測物組合並進行模擬，五組模擬結果如下：

表 5. 模擬誤差表。

		$n_1$	$n_2$	$n_3$	$t_1$ (mm)	$t_2$ (mm)	$t_3$ (mm)	$\Omega$ (°)	$\Phi$ (°)
#1	理論值	1.7648	1.0000	1.7648	1.0000	1.1746	1.0000	1.0000	60.0000
	模擬值	1.7661	1.0000	1.7519	1.0007	1.1879	0.9915	0.9970	60.3179
	誤差值	0.0013	0.0000	-0.0129	0.0007	0.0133	-0.0085	-0.0030	0.3179
	百分比	0.07%	0.0000	-0.73%	0.07%	1.13%	-0.85%	-0.30%	0.53%
#2	理論值	1.7648	1.0000	1.7648	2.0000	1.1746	1.0000	1.0000	60.0000
	模擬值	1.8011	1.0001	1.6796	2.0481	1.1787	0.9451	0.9992	60.1123
	誤差值	0.0363	0.0001	-0.0852	0.0481	0.0041	-0.0549	-0.0008	0.1123
	百分比	2.06%	0.01%	-4.83%	2.40%	0.35%	-5.49%	-0.08%	0.19%
#3	理論值	1.7648	1.3300	1.7648	1.0000	1.1746	1.0000	1.0000	60.0000
	模擬值	1.7136	1.3316	1.7773	0.9682	1.2049	1.0062	0.9969	60.2921
	誤差值	-0.0512	0.0016	0.0125	-0.0318	0.0303	0.0062	-0.0031	0.2921
	百分比	-2.90%	0.12%	0.71%	-3.18%	2.58%	0.62%	-0.31%	0.49%
#4	理論值	1.4563	1.0000	1.7648	1.0000	1.1746	1.0000	1.0000	60.0000
	模擬值	1.4817	1.0004	1.7177	1.0227	1.1823	0.9700	0.9982	60.193
	誤差值	0.0254	0.0004	-0.0471	0.0227	0.0077	-0.0300	-0.0018	0.1930
	百分比	1.74%	0.04%	-2.67%	2.27%	0.66%	-3.00%	-0.18%	0.32%
#5	理論值	1.4563	1.0000	1.7648	2.0000	1.1746	1.0000	1.0000	60.0000
	模擬值	1.4729	1.0004	1.7064	2.0287	1.1848	0.9626	0.9977	60.2261
	誤差值	0.0166	0.0004	-0.0584	0.0287	0.0102	-0.0374	-0.0023	0.2261
	百分比	1.14%	0.04%	-3.31%	1.44%	0.87%	-3.74%	-0.23%	0.38%

觀察上表可知，每層折射率的誤差平均在 0.0852 以下，前兩層的誤差平均在 0.0512 以下，在測量未知材料的待測物時，折射率已經足以辨識出該玻片為何種材料，每層厚度的誤差平均在 0.0549 mm 以下，前兩層的誤差平均在 0.0481 mm 以下，傾斜角度  $\Omega$  的誤差平均小於 0.0031°，而傾斜角度  $\Phi$  的誤差平均較大至 0.3179°。上述模擬結果可以驗證本系統的可行性，誤差皆在可接受範圍內，值得注意的是在厚度與折射率的部分，第三層的誤差較前兩層的誤差大，對 Z 軸傾斜角度  $\Phi$  的誤差也大於對 X 軸傾斜角度  $\Omega$ 。

## 2. 實驗系統校正

所有轉換矩陣參數是依據表 4 之系統設計值，但實際實驗上仍存在許多安裝誤差，此安裝誤差對實驗結果影響極大，因此在實驗前需對系統架構做安裝誤差的校正，以校正表 4 之參數。每個元件皆有三個平移和三個旋轉誤差，此處考慮雷射光源、兩個角度的反射鏡和感測器四項元件，共二十四項安裝誤差，流程如圖 11 所示。

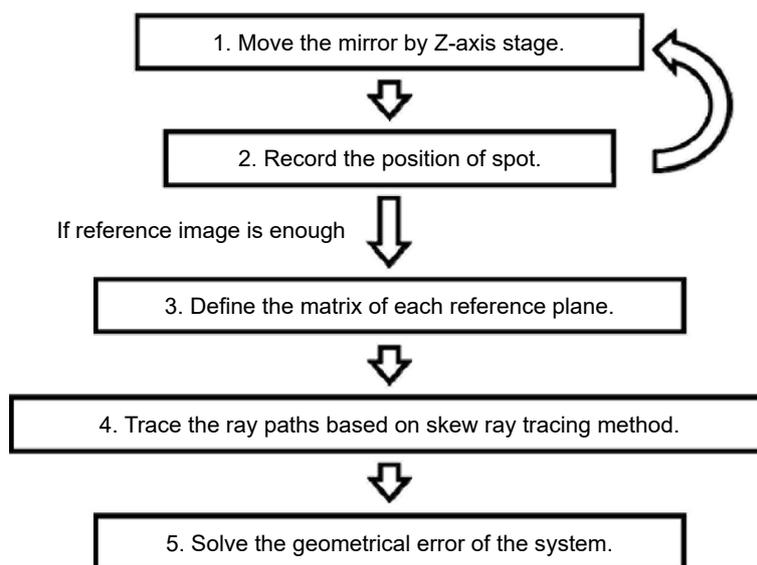


圖 11. 校正流程圖。

首先，定義參考項為參考平面，在未放置待測物時，光束會經治具底部的反射鏡反射回感測器，反射面為在  $Z = 0$  與  $XY$  平面平行之平面，藉由  $Z$  軸位移平台的升降，改變反射面的位置，光斑位置隨之變化，示意圖如圖 12 所示，平面轉換矩陣  ${}^R A_i$  可表示為：

$${}^R A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

根據理論，追跡光線軌跡至 CMOS 上，依照以下算式：

$${}^i \bar{P}_i = {}^R A_i^{-1} \left( {}^R \bar{P}_{i-1} + \lambda_i {}^R \bar{C}_{i-1} \right) = {}^R A_i^{-1} {}^R \bar{P}_i \quad (30)$$

$${}^R \bar{v}_i = {}^R A_i {}^i \bar{v}_i \quad (31)$$

$$\bar{C}_i = \begin{bmatrix} l_{ix} \\ l_{iy} \\ l_{iz} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{i-1x} + 2v_{ix} C \theta_i \\ l_{i-1y} + 2v_{iy} C \theta_i \\ l_{i-1z} + 2v_{iz} C \theta_i \\ 0 \end{bmatrix} = \bar{C}_{i-1} + 2 {}^R \bar{v}_i C \theta_i \quad (32)$$

紀錄每個參考平面 Z 軸座標與對應光斑的座標，重複步驟 1.2. 直到參考項足夠，兩道光射入參考平面反射可得四條方程式，二十四項未知數需六個參考平面，接著與前章方法相同，建立數學模型並追跡光線，逆向解出各項安裝誤差值，最後將安裝誤差補回量測系統的數學模型中，完成實驗系統校正。

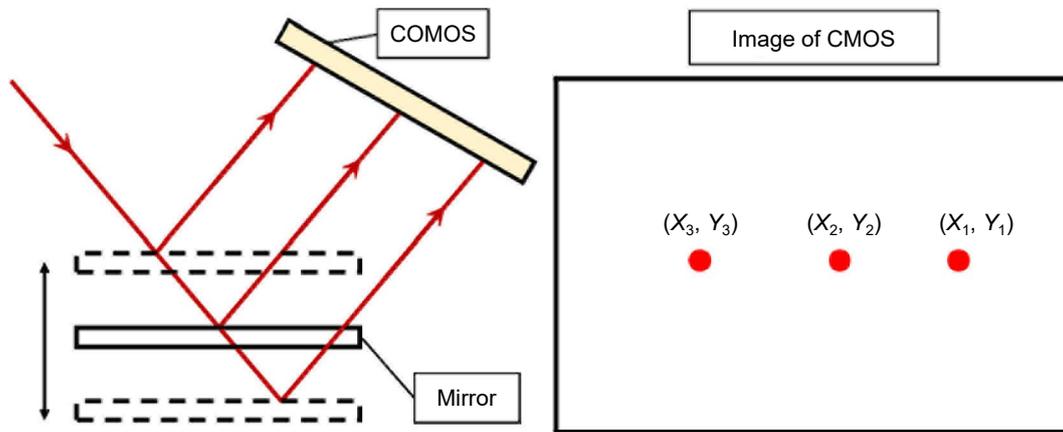


圖 12. 系統校正示意圖。

觀察圖 13(a) 兩個座標，左邊紅點座標是原數學建模追跡出來的光斑位置，右邊點則是光斑實際擷取到之座標，計算得校正前 X 方向偏移 7.2135 mm，Y 方向偏移 0.6534 mm，而圖 13(b) 則是校正後之影像，可見理想位置與實際位置重合，參考平面的每張影像光斑皆重合，表示系統的校正完成。

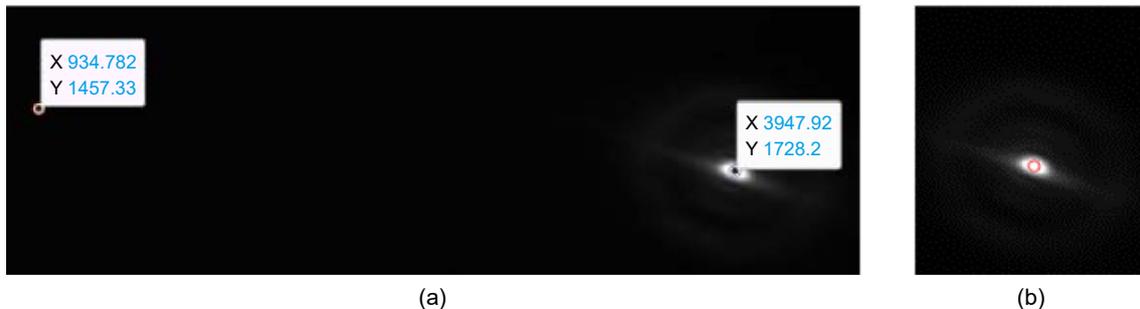


圖 13. 校正用影像局部光斑 (a) 校正前 (b) 校正後。

### 3. 實驗系統架構

本論文所提的量測系統雛型品如圖 14 所示。本論文主要以 LabVIEW 控制影像感測器擷取畫面，並對其做影像處理，使用者介面如圖 15 所示。

### 4. 實驗量測結果

實驗前先使用三次元量床 CMM 測量，CMM 的量測方式為掃描整個玻片，取整個面積的平均高度，較不易受極值影響，選擇其中較接近廠商規格的透明玻片來做實驗，CMM 測厚與產品標示厚度誤差在 0.0367 mm 以下，本論文的厚度理論值為 CMM 測量之結果。

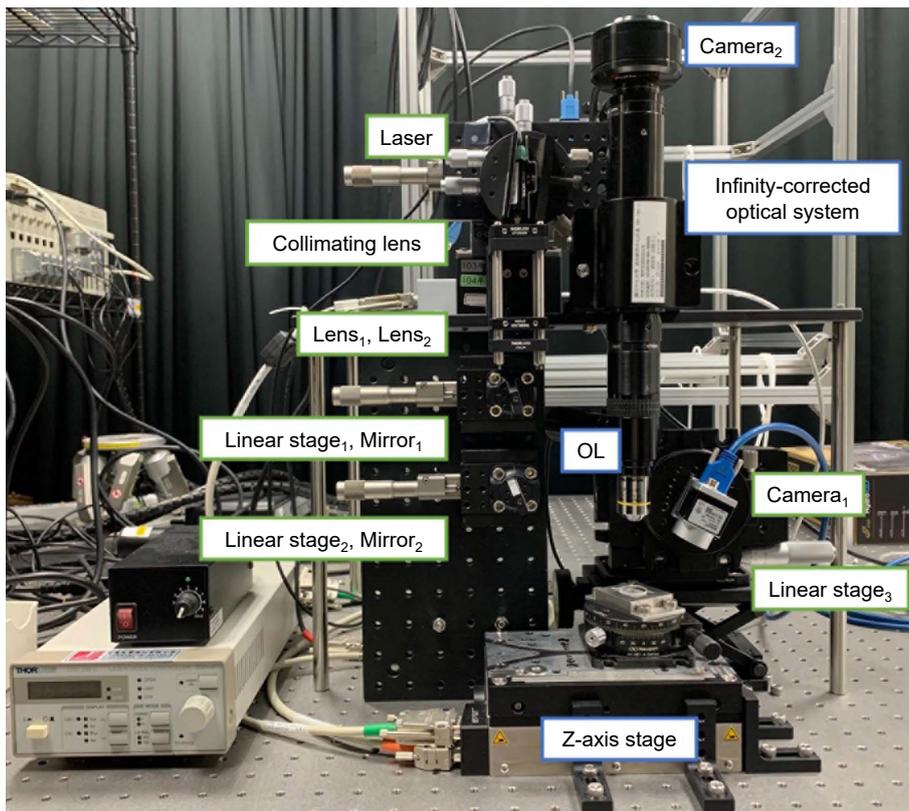


圖 14. 量測系統雛型品。

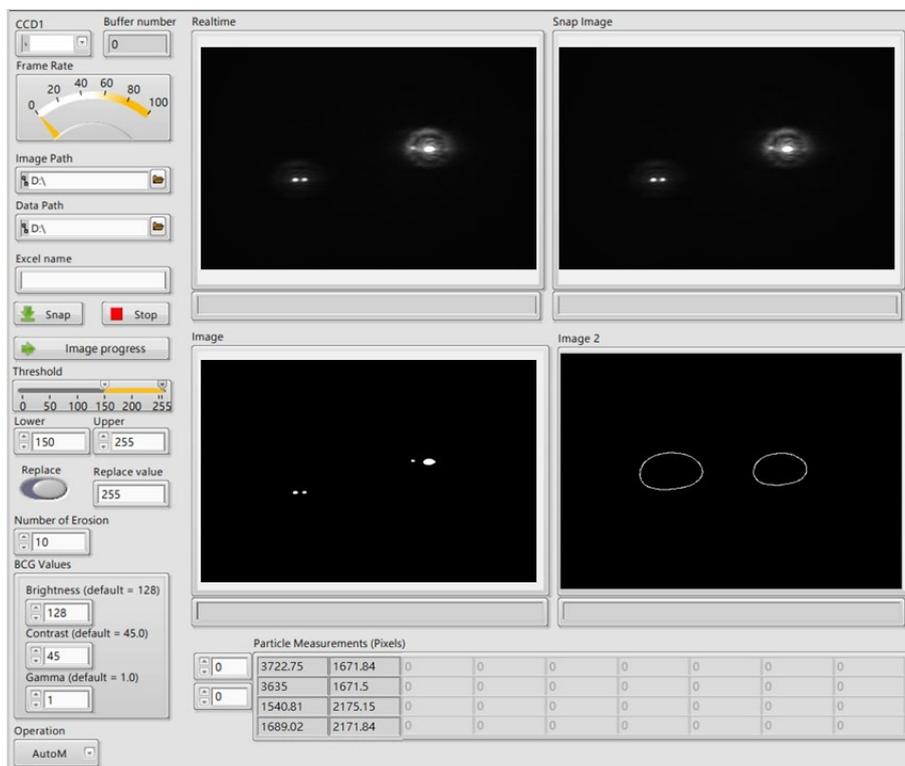


圖 15. LabVIEW 介面。

測量雙層與三層兩種待測物，中層待測物固定為 Air ( $n = 1$ )，上下層使用總共 3 種材質與 3 種厚度，分別是 Sapphire ( $n = 1.7648$ ,  $t = 0.5, 1$ )；Fused Silica ( $n = 1.4580$ ,  $t = 2$ )；ZnSe ( $n = 2.6310$ ,  $t = 1$ )，同材質尺寸的上下層待測物為不同的玻片，雙層量測僅有三層的上中兩層，雙層的邊界面為三個，對應到的光斑也為三個，需測量之未知數為六項 ( $n_1, n_2, t_1, t_2, \Omega, \Phi$ )。

每組待測物重複量測五次，以驗證本系統的重複性，表 6 中的實驗值為重複測驗五次之平均值，觀察可知每層折射率的誤差平均在 0.0821 以下，每層厚度的誤差平均在 0.1452 mm 以下，傾斜角度  $\Omega$  的誤差平均小於 0.1491°，傾斜角度  $\Phi$  的誤差平均較大將近 5.6610°。

表 6. 雙層實驗誤差表。

		$n_1$	$n_2$	$t_1$ (mm)	$t_2$ (mm)	$\Omega$ (°)	$\Phi$ (°)
#1	理論值	1.7648	1.0000	1.0364	2.1746	1.0000	0.0000
	實驗值	1.6827	0.9912	1.0195	2.2949	0.9443	3.9399
	誤差值	-0.0821	-0.0088	-0.0169	0.1203	-0.0557	3.9399
	誤差百分比	-4.65%	-0.88%	-1.63%	5.53%	-5.57%	
#2	理論值	1.7648	1.0000	1.0364	2.1746	1.0000	65.0000
	實驗值	1.7599	0.9628	1.0802	2.3198	1.0042	70.6610
	誤差值	-0.0049	-0.0372	0.0438	0.1452	0.0042	5.6610
	誤差百分比	-0.28%	-3.72%	4.22%	6.68%	0.42%	8.71%
#3	理論值	1.4580	1.0000	1.9884	2.1746	1.0000	0.0000
	實驗值	1.3775	0.9909	1.8561	2.3108	1.0559	3.1152
	誤差值	-0.0805	-0.0091	-0.1323	0.1362	0.0559	3.1152
	誤差百分比	-5.52%	-0.91%	-6.65%	6.26%	5.59%	
#4	理論值	1.4580	1.0000	1.9884	2.1746	1.0000	60.0000
	實驗值	1.4415	0.9704	1.9641	2.1110	1.1491	62.0377
	誤差值	-0.0165	-0.0296	-0.0243	-0.0636	0.1491	2.0377
	誤差百分比	-1.13%	-2.96%	-1.22%	-2.93%	14.91%	3.40%

三層邊界面為四個，對應到的光斑也為四個，此處假設玻片為平行玻片，需測量之未知數為八項 ( $n_1, n_2, n_3, t_1, t_2, t_3, \Omega, \Phi$ ) 每組待測物重複量測五次，以驗證本系統的重複性，表 7 中的實驗值為重複測驗五次之平均值，觀察表 7 可知，每層折射率的誤差平均在 0.5758 以下，前兩層的誤差平均在 0.1128 以下，每層厚度的誤差平均在 0.2636 mm 以下，前兩層的誤差平均甚至 0.1909 mm 以下，傾斜角度  $\Omega$  的誤差平均小於 0.0852°，而傾斜角度  $\Phi$  的誤差平均將近 4.2825°。

#### 四、結論

本論文提出一套創新的光學量測系統，此量測系統能同時量測多層透明待測物的折射率與厚度，也能量測不平行層的傾斜角度，改善現有技術的不足。由光學軟體模擬結果來看，每層折射率的誤差平均在 0.0852 以下，前兩層的誤差平均在 0.0512 以下，在測量未知材料

表 7. 三層實驗誤差表。

		$n_1$	$n_2$	$n_3$	$t_1$ (mm)	$t_2$ (mm)	$t_3$ (mm)	$\Omega$ (°)	$\Phi$ (°)
#5	理論值	1.7648	1.0000	1.7648	1.0364	1.1379	1.0367	1.0000	0.0000
	模擬值	1.7565	1.0509	1.5022	1.0632	1.2930	0.8793	0.9856	0.9257
	誤差值	-0.0083	0.0509	-0.2626	0.0268	0.1551	-0.1574	-0.0144	0.9257
	百分比	-0.47%	5.09%	-14.88%	2.59%	13.64%	-15.18%	-1.44%	
#6	理論值	1.7648	1.0000	1.7648	1.0364	1.1379	1.0367	1.0000	60.0000
	模擬值	1.6988	0.9746	1.4984	1.0270	1.2345	0.9323	1.0852	64.2825
	誤差值	-0.0660	-0.0254	-0.2664	-0.0094	0.0966	-0.1044	0.0852	4.2825
	百分比	-3.74%	-2.54%	-15.10%	-0.91%	8.49%	-10.07%	8.52%	7.14%
#7	理論值	1.7648	1.0000	1.7648	0.5317	1.1379	1.0367	1.0000	0.0000
	模擬值	1.7655	0.9414	1.4447	0.5546	1.1441	1.0888	0.9184	3.7282
	誤差值	0.0007	-0.0586	-0.3201	0.0229	0.0062	0.0521	-0.0816	3.7282
	百分比	0.04%	-5.86%	-18.14%	4.31%	0.55%	5.02%	-8.16%	
#8	理論值	1.4580	1.0000	1.7648	1.9884	1.1379	1.0367	1.0000	0.0000
	模擬值	1.5025	0.9389	1.3292	2.0719	1.2823	0.7731	1.0113	2.6569
	誤差值	0.0445	-0.0611	-0.4356	0.0835	0.1444	-0.2636	0.0113	2.6569
	百分比	3.05%	-6.11%	-24.68%	4.20%	12.69%	-25.43%	1.13%	
#9	理論值	1.4580	1.0000	1.7648	1.9884	1.1379	1.0367	1.0000	30.0000
	模擬值	1.4262	0.9793	1.7946	1.9320	1.1523	1.0574	1.0642	32.4466
	誤差值	-0.0318	-0.0207	0.0298	-0.0564	0.0145	0.0207	0.0642	2.4466
	百分比	-2.18%	-2.07%	1.69%	-2.84%	1.27%	2.00%	6.42%	8.16%
#10	理論值	1.4580	1.0000	2.6310	1.9884	1.1450	1.0296	1.0000	30.0000
	模擬值	1.3452	1.0146	2.0552	1.7975	1.2189	1.2684	0.9543	32.6203
	誤差值	-0.1128	0.0146	-0.5758	-0.1909	0.0739	0.2388	-0.0457	2.6203
	百分比	-7.74%	1.46%	-21.89%	-9.60%	6.46%	23.19%	-4.57%	8.73%

的待測物時，折射率已經足以辨識出該玻片為何種材料，每層厚度的誤差平均在 0.0549 mm 以下，前兩層的誤差平均在 0.0481 mm 以下，對 X 軸的傾斜角度的誤差平均小於 0.0031°，而對 Z 軸的傾斜角度  $\Phi$  的誤差平均較大至 0.3179°。由實際實驗結果來看，每層折射率誤差在 0.5758 以內，前兩層折射率誤差在 0.1128 以內，每層厚度誤差在 0.2636 mm 以內，前兩層厚度誤差在 0.1909 mm 以內，對 X 軸的傾斜角度  $\Omega$  誤差小於 0.1491°，對 Z 軸的傾斜角度  $\Phi$  誤差小於 5.6610°。

## 參考文獻

1. Wikipedia, "Ellipsometry", please refer to the website: <https://en.wikipedia.org/wiki/Ellipsometry>.
2. Jungjae Park, Jaeseok Bae, Jong-Ahn Kim and Jonghan Jin, *Optics Communications*, **431**, 181 (2019).
3. Xiang Xu, Xingkun Wu, Feng Lin, *Cellular Image Classification*, Springer (2017).
4. Psang Dain Lin, *New Computation Methods for Geometrical Optics*, Singapore: Springer (2013).
5. 蔡忠佑, "稜鏡成像位姿變化之分析與設計", 國立成功大學機械工程學系博士論文, (2007).
6. C. S. Liu and T. Y. Weng, *IEEE Access*, **9**, 21474 (2021).
7. 施玟好, "多層透明板厚度及折射率量測系統結合自動對焦系統之設計", 國立成功大學機械工程學系碩士論文, (2022).

## 作者簡介

施玟好女士為國立成功大學機械工程學系碩士，現為新代科技股份有限公司工程師。

Wen-Yu Shih received her M.S. in Mechanical Engineering from National Cheng Kung University. She is currently an Engineer in Syntec Technology Co., Ltd.

劉建聖先生為國立成功大學機械研究所博士，現為國立成功大學機械工程學系教授。

Chien-Sheng Liu received his Ph.D. in Mechanical Engineering from National Cheng Kung University. He is currently a Professor in the Department of Mechanical Engineering at National Cheng Kung University.