

# 偏振干涉術應用於折射率、滾轉角位移量測

## Polarization Interferometry for the Measurement of Refractive Index and Roll Angular Displacement

蔡岳哲、張書菡、許敬澤、江家宇、宋瑋益、李朱育

Yue-Jhe Tsai, Shu-Han Chang, Ching-Tse Hsu, Chia-Yu Chiang, Wei-Yi Sung, Ju-Yi Lee

干涉術廣泛應用於精密加工和光學元件測量，對科研和工程應用至關重要。本文提出了一種基於偏振相機之新型偏振干涉儀，可以快速獲得待測物所引入的相位變化，進而推算出特定物理參數之變化。本文除了介紹偏振干涉術的工作原理，亦藉由理論推導與實驗，驗證此技術在透明物體的折射率量測與滾動角位移量測的可行性。

Interferometry is widely used in precision machining and measurement of optical components, and is crucial to scientific research and engineering field. This paper proposes a new type of polarization interferometer, which uses phase detection of polarization interferometry with a quarter wave plate and polarization camera to quickly obtain the change of phases and calculate changes in specific physical parameters. In addition to introducing the working principle of polarization interferometry, several experiments and theoretical inference were performed to evaluate the feasibility and performance of the proposed technique. This technology can be widely applied to the measurement of the refractive index of transparent objects and the measurement of the roll angular. The proposed technique offers relevant measurement results and system resolution demonstrated in this article.

### 一、前言

隨著科技飛速成長，產品品質的要求日趨嚴謹，對於量測技術的精度規格逐漸提升。在精密量測技術中，光學干涉儀是最常見的技術之一。例如光學產業中，為確保鏡頭的品質，工程師多使用光學干涉儀來檢測光學元件的曲率、厚度、折射率等參數的量測。此外，光學干涉儀也常應用於其他物理參數的量測環；例如 J. Wang 等人於 2019 年以熔接單模光纖和空心石英管的方式，設計製造出了一種光纖型 Michelson 干涉儀<sup>(1)</sup>。此光纖型 Michelson 干涉儀可精準測量折射率和溫度。W. Zhu 等人於 2019 年提出一種先進的同步移相 Fizeau 干涉儀<sup>(2)</sup>，可精密地量測出拋光物體的表面形貌。他們將擴束器引入同步相移 Fizeau 干涉儀中，

用於增大透鏡陣列的孔徑，減小光束入射到測試面上的傾斜度，提高干涉儀的成像分辨率和測量精度。X. Miao 等人於 2021 年也提出一種 Fizeau 干涉式的表面形貌量測技術，他們將移相過程移至低同調雷射光源模組<sup>(3)</sup>，使得移相過程不受光學口徑的干擾。實驗顯示此種設計具有優異的重複性和穩定性。

上述類型光學干涉儀雖然具有精密量測的優點，但是相位解調方式較為複雜，使得量測過程繁瑣且易受到環境擾動干擾。相反的，近期所發展的偏振干涉儀<sup>(4)</sup>，不僅架構簡易，且相位解調速度快，因此能夠有效降低環境擾動對量測的影響，應用領域相當廣泛。例如 H. Liu 等人於 2022 年提出一種基於高穩定同軸 Fizeau 偏振干涉測量法之移相數位全像系統<sup>(5)</sup>。實驗證明該方法對反射型靜態和動態物體的成像效能，具有高相位穩定性和動態成像能力。因此，本研究將採用類似 H. Liu 等人的架構，設計一種基於偏振相機的新型偏振干涉術，應用於透明物體折射率量測以及物體滾轉角位移的量測。

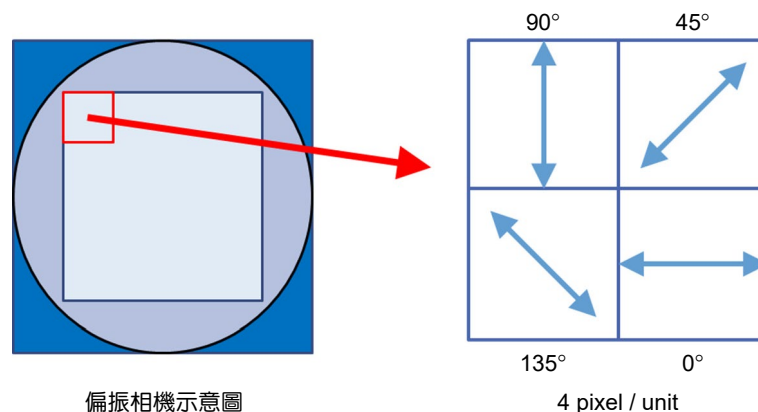
## 二、偏振干涉術

本研究所採用偏振干涉術操作流程如圖 1 所示。將偏振光投射待測系統，待測系統中的特定物理參數，將相應的相位差  $\delta$  引入偏振光中，例如全反射、干涉儀或者是雙折射晶體等。具有相位差的偏振光線分別為 s 偏光與 p 偏光，形成共光程偏振干涉，再經由解相系統，進行解相運算，以求出待測物所引入的相位差。進一步利用相位差與系統參數之間的關係，即可推算出待測物的物理變化。



圖 1. 振干涉解相法之操作流程。

本研究使用新穎的偏振相機<sup>(6, 7)</sup> 做為系統之光訊號擷取裝置。偏振相機除了傳統的感光元件陣列組成之外，在感光元件陣列上還裝有不同偏振方向之偏振片陣列。其特性為每四個像素 (pixel) 為單位，且每一單位上分別由四個方向的線性偏振片 ( $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ ) 組成，如圖 2 所示。



偏振相機示意圖

圖 2. 偏振相機的像素偏振態示意圖。

根據偏振干涉理論與 Jones 演算法<sup>(7, 8)</sup>，偏振光線經由待測系統作用之後，由偏振相機所擷取干涉光強度訊號  $I$  可表示為：

$$I(\alpha, \delta) = DC + AC \cdot \sin(2\alpha + \delta) \quad (1)$$

式 (1) 中  $\alpha$  為線偏振片的穿透角度， $\delta$  為待測系統所引入的相位差，DC 與 AC 分別為干涉訊號中的主光強度及振幅。由於感光元件上的偏振片陣列具有四個不同的偏振穿透角，亦即  $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  與  $135^\circ$ ，因此偏振相機可以產生四個互相正交的偏振光訊號 ( $I_0, I_{45}, I_{90}$  與  $I_{135}$ )，可分別表示為：

$$I_0 = I(0^\circ, \delta) = DC + AC \cdot \sin \delta \quad (2)$$

$$I_{45} = I(45^\circ, \delta) = DC + AC \cdot \cos \delta \quad (3)$$

$$I_{90} = I(90^\circ, \delta) = DC - AC \cdot \sin \delta \quad (4)$$

$$I_{135} = I(135^\circ, \delta) = DC - AC \cdot \cos \delta \quad (5)$$

將四個光強度訊號進行相減、相除與反正切運算，如式 (6) 所示，即可消除 DC 與 AC 項，並得出相位差  $\delta$ ：

$$\delta = \tan^{-1} \left( \frac{I_0 - I_{90}}{I_{45} - I_{135}} \right) \quad (6)$$

式 (6) 為本文所提出的偏振干涉解相法。相較於傳統移相干涉儀<sup>(9)</sup>，需多種光學元件及架構搭配才得以解析出相位差，偏振相機可有效減少系統空間需求，也減少過多元件影響系統穩定度。以下將說明如何以此偏振干涉解相技術為基礎，配合全反射系統與雙折射系統，應用於折射率與滾轉角位移的量測。

### 三、基於全反射共光程偏振干涉術之折射率量測技術

本節將說明全反射共光程偏振干涉術應用於折射率量測的原理和實驗結果。如圖 3(a) 所示，當光線由密介質射向疏介質，且其入射角大於臨界角時，光線將發生全反射現象。此時，反射光的垂直與水平偏振分量的相位差會隨著入射角度與相對折射率產生變化。根據 Fresnel 方程式<sup>(10, 11, 12)</sup>，此相位差  $\delta$  可寫為：

$$\delta = 2 \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - (n_2/n_1)^2}}{\tan \theta_i \sin \theta_i} \right) \quad (7)$$

其中， $n_1$  為待測物折射率， $n_2 = 1$  為空氣折射率， $\theta_i$  為入射角度。圖 3(b) 顯示光線入射角與其相位差的關係。不同折射率對應各自的相位差曲線，且可明顯地觀察到每條相位差曲線都存在著唯一的「臨界角  $\theta_c$ 」及「相位差極大值  $\delta_{\max}$ 」之特徵點。

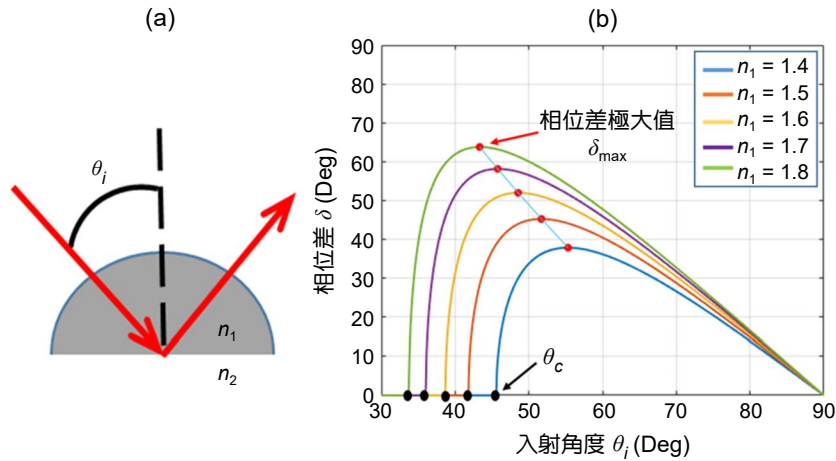


圖 3. (a) 全反射示意圖 (b) 不同入射角之相位差變化圖。

阿貝折射儀<sup>(13)</sup> 為一種常見的折射率量測儀器，透過臨界角的量測，即可推算出待測物的折射率。然而臨界角量測精度會受到單一入射角度影響，不適合用在具有曲面的待測物。因此本研究採用另一特徵「相位差極大值」來量測待測物之折射率。利用微分求極值的演算法，相位差極大值  $\delta_{\max}$  與折射率的關係可寫為：

$$\delta_{\max} = 2 \tan^{-1} \left( \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1 n_2} \right) \quad (8)$$

當待測物 ( $n_1$ ) 置於空氣 ( $n_2 = 1$ ) 中，待測物之折射率<sup>(14)</sup> 可寫為：

$$n_1 = \frac{\cos(\delta_{\max}/2)}{1 - \sin(\delta_{\max}/2)} \quad (9)$$

式 (9) 為折射率量測方程式。在得到全反射現象中的相位差極大值後，可透過式 (9) 計算待測物的折射率。綜上所述，折射率量測方程式僅與單一參數「相位差極大值」相關，相比於其它折射率量測方式，不會被多項參數 (厚度、焦距或曲率半徑) 干擾。

本研究設計的光學系統如圖 4 所示。二極體雷射 LD 經針孔 PH 形成點光源，通過線偏振片 PL2、透鏡 L1、L2 及空間濾波器 F 組成的擴束系統 BE，產生直徑約 18 mm 的偏振準直光束。線偏振片 PL1 可用來調節雷射光強度。接著使用透鏡 L3 將光束聚焦在待測物 S 與空氣的界面上，再旋轉待測物使偏振聚焦光束發生全反射。全反射的光束通過四分之一波片 QWP 後，經透鏡 L5 聚焦投射到偏振相機。

此光學設計所產生的全反射是由聚焦光束在界面上所形成，因此入射光束與全反射光束皆會以錐狀呈現，形成二維的分布並投射在偏振相機。錐狀光束中的每一條光線角度均不同。換句話說，偏振相機中不同位置的感光元件，將收到不同角度的光線。因此，透過聚焦光束，我們可以從偏振相機的相位差分布中找到相位差極大值。只要找到相位差極大值，即可由本文的量測方程式 (9) 計算出待測物的折射率。

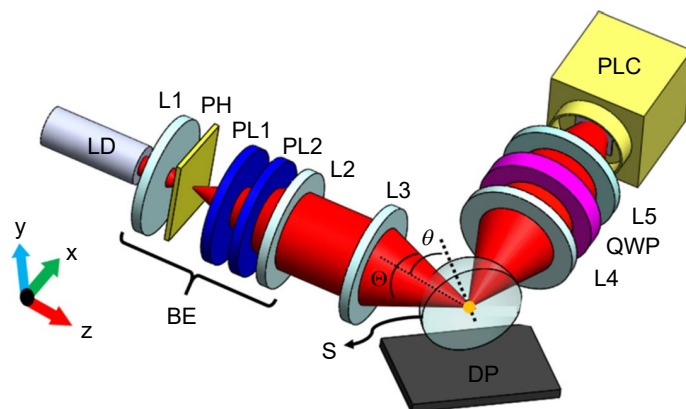


圖 4. 折射率量測系統架構設計示意圖。

### 1. 全場相位差分布量測

首先以標準稜鏡為待測物，來驗證此量測方法的可行性。依照上述方法測得全場相位差分布如圖 5 所示。圖中橫軸與縱軸位置代表相應的入射角。此相位差分布有一極大值  $\delta_{\max}$   $42.16^\circ$ 。而根據標準稜鏡折射率所推算的相位差極大值應為  $42.15^\circ$ ，兩者僅相差  $0.01^\circ$ 。再根據量測方程由實驗所得標準稜鏡的折射率為  $1.4573$  RIU，與理論折射率相差  $3 \times 10^{-4}$  RIU。

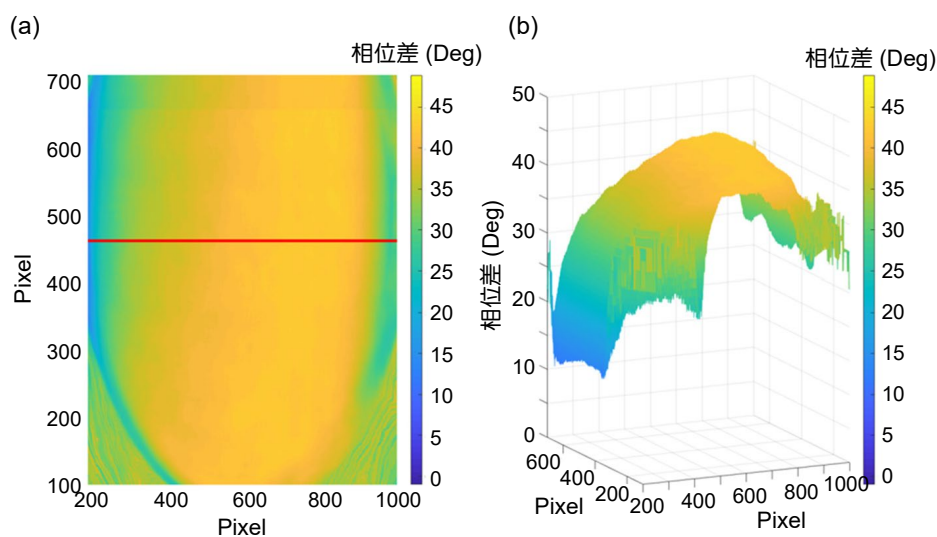


圖 5. 標準稜鏡的相位差分布 (a) 俯視圖 (b) 3D 圖。

### 2. 透明待測物的量測

由於此技術是以量測全反射所引入「相位差極大值」，進而計算出待測物的折射率，因此無需考慮待測物厚度、焦距或曲率半徑等參數，適用於具有曲率變化的待測物折射率量測。我們進行各式透明物體的折射率量測實驗，量測結果如表 1 所示。在重複性 30 次量測中，無論是稜鏡或是非球面透鏡，本技術皆有良好的結果。

### 3. 系統解析度

本研究結合偏振相機與偏振干涉解相技術來量測全反射相位差極大值  $\delta_{\max}$ ，進而推算出

表 1. 不同材質之折射率量測結果與誤差。

材質	透鏡類型	相位差極大值(Deg) (平均±標準差)	折射率(RIU) (平均±標準差)	折射率差異(RIU) (平均-理論)
Fused Silica	稜鏡	42.17 ± 0.12	1.4573 ± 0.0017	0.0003
	非球面	42.18 ± 0.14	1.4574 ± 0.0018	0.0004
BK7	稜鏡	46.31 ± 0.14	1.5153 ± 0.0020	0.0002
	柱狀	46.33 ± 0.12	1.5155 ± 0.0017	0.0004
SF11	稜鏡	62.63 ± 0.17	1.7789 ± 0.0031	0.0003
B270	非球面	46.75 ± 0.20	1.5216 ± 0.0028	0.0005

透明待測物之折射率  $n_1$ 。因此系統的相位差解析能力將決定折射率的量測解析度。本系統的相位差解析能力包含時間域空間域<sup>(15, 16)</sup> 兩種；空間域解析能力  $\Delta\delta_{\max_s}$  是指感光元件某段範圍中，顯示的相位噪訊平均值；時間域解析能力  $\Delta\delta_{\max_t}$  是指某段靜止時間中，系統顯示的相位噪訊平均值。根據量測不確定度原理<sup>(17)</sup> 與量測方程所示，系統解析度  $\Delta n_1$  可表示如下：

$$\Delta n_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial n_1}{\partial \delta_{\max_t}} \Delta \delta_{\max_t}\right)^2 + \left(\frac{\partial n_1}{\partial \delta_{\max_s}} \Delta \delta_{\max_s}\right)^2} = \frac{n_2 \sqrt{(\Delta \delta_{\max_t})^2 + (\Delta \delta_{\max_s})^2}}{2[1 - \sin(\delta_{\max}/2)]} \quad (10)$$

本研究所得  $\Delta\delta_{\max_t}$  與  $\Delta\delta_{\max_s}$  分別為  $0.1^\circ$  與  $0.06^\circ$ 。將  $\Delta\delta_{\max_t}$  與  $\Delta\delta_{\max_s}$  代入式 (10)，可得系統量測折射率之解析度  $\Delta n_1$  最小可達  $1.6 \times 10^{-3}$  RIU。

#### 四、雙光束偏振干涉術應用於滾轉角位移量測

本節將說明雙光束偏振干涉術應用於滾轉角位移量測的原理和實驗結果。光線與雙折射晶體的幾何關係如圖 6 所示，一道平行光線以  $\theta$  角度射向一厚度為  $d$  的雙折射晶體 (birefringence crystal, BC)，入射光投影在晶體表面之向量與晶體光軸 OA 夾  $\alpha$  角。根據晶體光學理論<sup>(7)</sup>，出射晶體的 o 光與 e 光的相位延遲度  $\Gamma$ <sup>(8, 18)</sup> 可寫為：

$$\Gamma(\theta, \alpha, d) = \frac{2\pi}{\lambda} d \left( n_e \sqrt{1 - \frac{n_p^2 \sin^2 \theta \sin^2 \alpha}{n_e^2} - \frac{n_p^2 \sin^2 \theta \cos^2 \alpha}{n_o^2}} - n_o \sqrt{1 - \frac{n_p^2 \sin^2 \theta}{n_o^2}} \right) \quad (11)$$

其中  $\lambda$  為光線真空中波長， $n_o$  為尋常折射率， $n_e$  為非尋常折射率， $n_p$  為周圍介質折射率。尋常和非尋常光線會彼此干涉，而後端的偏振解相系統將會接收並解析此干涉光訊號。根據 Jones 理論<sup>(19, 20)</sup>，偏振相機所接收到垂直與水平偏振光的相位差可表示為：

$$\delta = \tan^{-1} \left( \frac{\sin 2\alpha \cdot \sin \Gamma}{\cos \Gamma} \right) \quad (12)$$

假設在空氣中 ( $n_p = 1$ )，以厚度為 10 mm 的方解石晶體 ( $n_o = 1.5427$  與  $n_e = 1.5518$ ) 為例，一波長 533 nm 的光線，以  $\theta = 45^\circ$  的入射角射向晶體，將上述參數代入式 (11) 與 (12)，可模擬出滾轉角度  $\alpha$  變化與相位差變化  $\Delta\delta$  之關係，其變化趨勢如圖 7 所示。

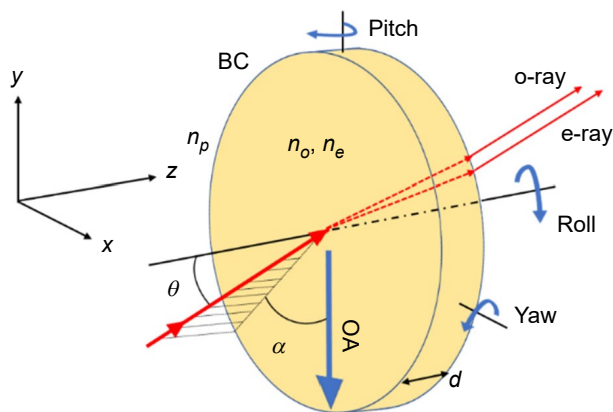


圖 6. 光線與雙折射晶體之幾何關係。

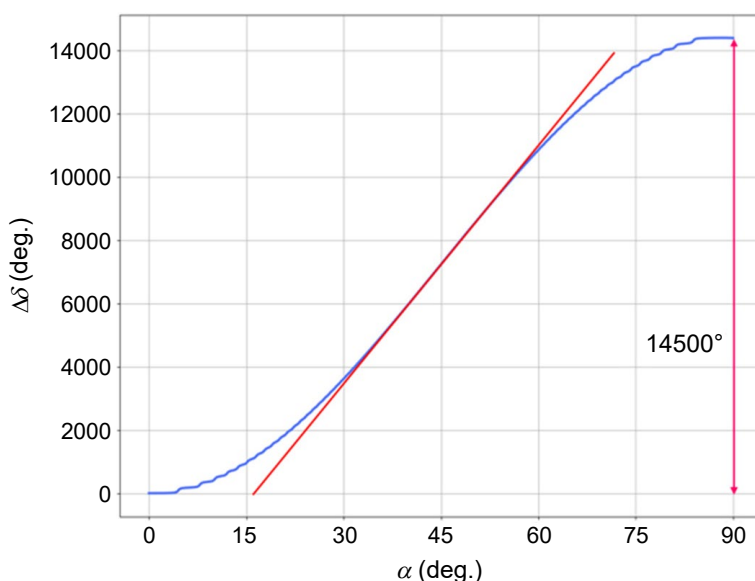


圖 7. 滾轉角角度變化與相位差變化關係圖。

圖 7 顯示，相位差在滾轉角  $\alpha = 40^\circ - 50^\circ$  範圍變化趨勢呈線性，且在  $\alpha = 45^\circ$  時存在最大斜率。基於上述現象，我們僅需一擬合線，即可透過相位差變化的量測值  $\Delta\delta$  來推算滾轉角位移量  $\Delta\alpha$ ，實現滾轉角位移量測。擬合方程式可寫為：

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\delta}{s} \quad (13)$$

其中  $s$  為擬合線斜率。但當晶體發生俯仰角  $\theta$  位移時，同樣會引入相位差變化，使式 (13) 計算之滾轉角位移量結果出現誤差。因此本研究設計一種對稱雙光束的架構，以解決入射角所引入的相位差干擾。

如圖 8(a) 所示，兩道對稱於雙折射晶體法線之交叉光束，以入射角  $\theta_0$  射向 BC，此時兩透射光因雙折射引入的相位差相等。如圖 8(b) 所示，當晶體發生俯仰角偏移  $\Delta\theta$  時，兩入射光會

產生正負  $\Delta\theta$  的偏移變化，即  $\theta_1 = \theta_0 + \Delta\theta$ ,  $\theta_2 = \theta_0 - \Delta\theta$ 。此時兩相應的入射光也分別會引入一增一減的相位差變化。利用泰勒展開式可將兩相位差  $\delta_1$  與  $\delta_2$  分別表示為：

$$\delta_1 = \delta(\theta_0 + \Delta\theta, \alpha) = \delta(\theta_0, \alpha) + \frac{\partial\delta}{\partial\theta} \cdot \Delta\theta \quad (14)$$

$$\delta_2 = \delta(\theta_0 - \Delta\theta, \alpha) = \delta(\theta_0, \alpha) - \frac{\partial\delta}{\partial\theta} \cdot \Delta\theta \quad (15)$$

將兩透射光之相位差平均運算，相位差平均值  $\delta_{avg}$  可表示為：

$$\delta_{avg} = \frac{(\delta_1 + \delta_2)}{2} = \delta(\theta_0, \alpha) \quad (16)$$

式 (16) 中沒有入射角偏移  $\Delta\theta$ ，因此相位差平均運算，可以消除入射角偏移  $\Delta\theta$  時對滾轉角的干擾，達高準確性滾轉角位移精密量測之目的。

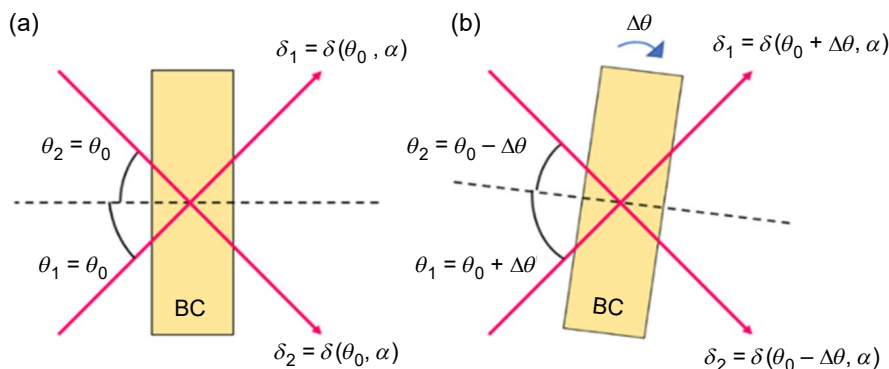


圖 8. 入射變化示意圖。

本研究系統光路設計如圖 9 所示。雷射光源經由線偏振片 LP 與四分之一波片 QWP 後成為圓偏振光。經分光鏡 NPBS 分為兩道平行圓偏振光，兩平行光束經透鏡 Lens 聚焦後交叉穿透雙折射晶體 BC。BC 被同時安裝於一滾轉及一俯仰精密電控旋轉平台上，以模擬晶體的滾轉角位移與俯仰角位移。透過兩組偏振相機 PLC 與四分之一波片 QWP 組成的解相系統，擷取兩光束的即時光強度訊號，並解析其相位差。利用式 (16) 得出相位差平均值變化  $\Delta\delta_{avg}$  後，再以式 (13) 計算出滾轉角位移變化  $\Delta\alpha$ 。

### 1. 時變俯仰角干擾下的系統準確性

我們進行一項入射角隨時間變化的實驗，以評估此系統時變俯仰角干擾的抑制能力。本實驗將晶體放置在兩旋轉平台上，以模擬滾轉角與俯仰角位移，並使用雙光束與單光束架構<sup>(21)</sup> 量測滾轉角位移，用以比較系統性能。圖 10(a) 中綠色虛線及實線分別為俯仰角及滾轉角旋轉平台之角度變化量。當滾轉角進行  $2^\circ$  步階角位移運動，同時俯仰角在  $2^\circ$  內隨機變化 ( $\Delta\theta = \pm 1^\circ$ )。紅色虛線及藍色實線分別為雙光束架構及單光束架構量測結果。圖 10(b) 紅色



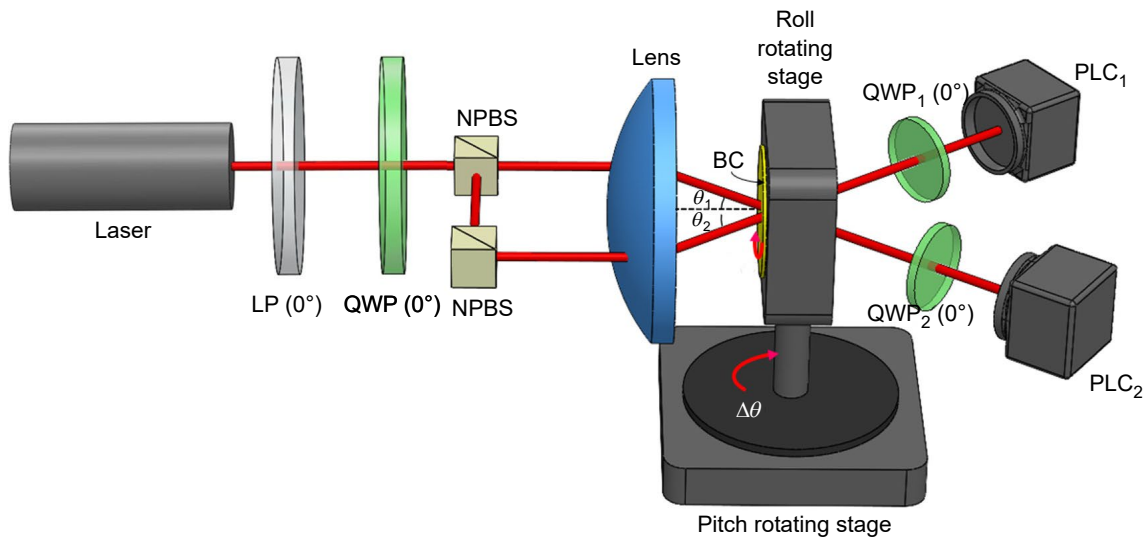


圖 9. 滾轉角位移量測系統光路設計示意圖。

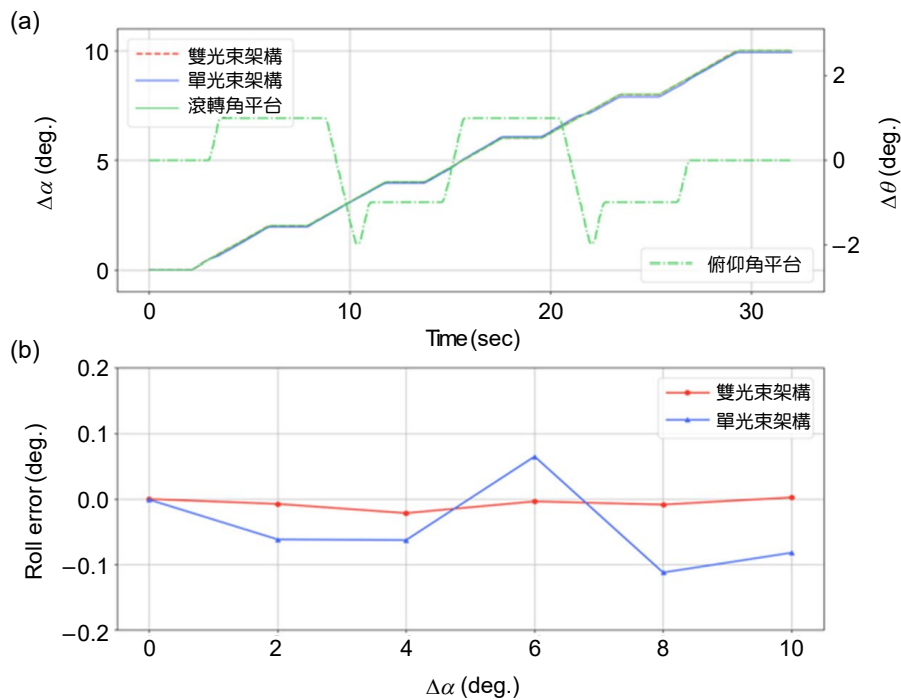


圖 10. 俯仰角位移干擾下滾轉角位移  $2^\circ$  步階量測實驗結果。

實線及藍色實線分別為雙光束架構及單光束架構量測方式與旋轉平台參考值相減之差異量，在俯仰角變化時單光束較雙光束量測方式出現明顯誤差。在  $10^\circ$  量測距離中，單光束及雙光束兩種量測方式誤差最大值分別約為  $0.11^\circ$  及  $0.02^\circ$ ，而量測誤差平均值分別為  $0.065^\circ$  與  $0.007^\circ$ ，兩量測方式相差約 10 倍。該結果顯示雙光束架構具有更好的量測精度和穩定性，並且能夠有效地抑制俯仰角干擾對量測結果的影響。因此我們以雙光束架構進行了重複性量測實驗，實驗結果如圖 11 所示。

圖 11 之紅色三角型連線為雙光束架構平均量測值，藍色線段長度為量測值之標準差。在滾轉角位移連續變化干擾時，雙光束架構之量測線性度依然良好，最大值介於  $\pm 0.006^\circ$ 。

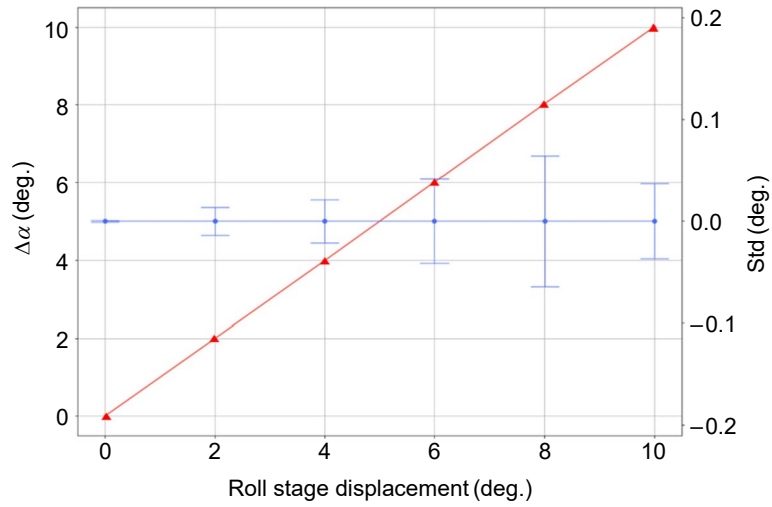


圖 11. 俯仰角位移干擾下滾轉角位移  $2^\circ$  步階重複性量測實驗結果。

## 2. 系統解析度

本研究量測系統解析度的關鍵指標為系統對於光強度訊號的解析能力，我們對量測系統最小可解析之相位差變化進行分析，根據量測不確定度理論<sup>(17)</sup> 及式 (6)，系統最小可解析出之相位差可表示為：

$$d\delta_{sp} = \sum_{m=0,90,45,135} \frac{d\delta}{\delta I_m} dI_m = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(I_0 - I_{90})^2 + (I_{45} - I_{135})^2}} dI = \frac{\sqrt{2}}{r} dI = \frac{dr}{r} \quad (17)$$

其中  $r^2 = (I_0 - I_{90})^2 + (I_{45} - I_{135})^2$ 。  $dI_0$ 、 $dI_{45}$ 、 $dI_{90}$  與  $dI_{135}$  為偏振相機四個通道可偵測到之最小光強度變化，可視為等量  $dI$ 。  $r$  的雜訊大小  $dr = \sqrt{2}dI$ 。為了測試系統的最小可解相位，我們將 BC 保持在一個靜止的位置數秒，如圖 12 所示。

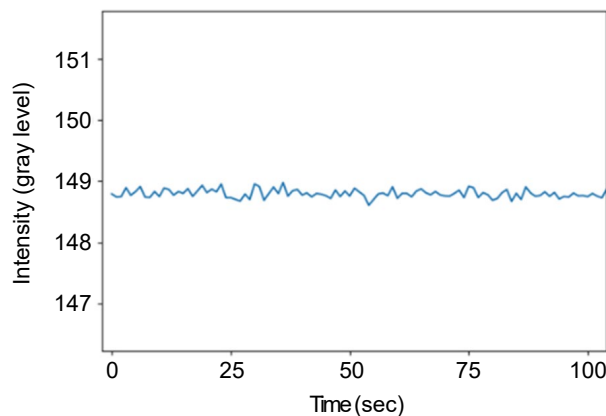


圖 12.  $r$  在實驗中平台靜止時的變化值。

圖中雜訊大小的標準差  $dr$  與  $r$  的平均值分別約為 0.07 與 148.8，將兩者代入式 (17) 中，計算出系統最小能夠量測的相位差  $d\delta_{sp}$  約為  $0.027^\circ$ 。並通過校正實驗所取得之斜率，將相位差轉換為滾轉角位移，得出本量測系統解析度約為  $0.0001^\circ (= 0.027^\circ/255 \sim 0.38 \text{ arcsec})$ 。

以上實驗表明雙光束系統可有效消除俯仰角位移之干擾，系統於量測範圍  $10^\circ$  內，系統解析度可達  $0.38 \text{ arcsec}$ ，實現滾轉角位移之精密量測。

## 五、結論

本文說明偏振干涉術的原理，並應用於物體折射率量測、滾轉角位移量測。透過計算相位差，推算物體的折射率、滾轉角位移等。本文也提供詳細的實驗流程和技術細節，包括使用偏振干涉術進行量測的具體步驟、計算相位差的方法以及如何進行系統解析度的分析。

綜上所述，本文提出了一種高效、可靠且精確的量測方法，應用於物體折射率和滾轉角位移。未來將繼續探索和精進偏振干涉術的應用，以期更廣泛地推動和促進相關技術的發展。

## 參考資料

1. Jin Wang, Bo Liu, Yongfeng Wu, Yaya Mao, Lilong Zhao, Tingting Sun, Tong Nan, *Opt. Laser*, **194**, 163094 (2019).
2. Wenhua Zhu, Lei Chen, Ying Yang, Rui Zhang, Donghui Zheng, Zhigang Han, Jinpeng Li, *Optics & Laser Technology*, **111**, 134 (2019).
3. Xinyu Miao, Yifan Yu, Aobo Li, Jun Ma, Lei Chen, Jianxin Li, Qing Wang, Cong Wei, Rihong Zhu, Caojin Yuan “Optical phase-shifting methods based on low coherence laser for large aperture Fizeau interferometer,” *Optics and Lasers in Engineering*, **140**, 106513 (2021).
4. Ming-Horng Chiu, Ju-Yi Lee, and Der-Chin Su, *Applied Optics*, **36** (13), 2936 (1997).
5. Liu Hanzi, R.V. Vinu, Hongliang Ren, Xingpeng Du, *Photonics*, **9** (3), 126 (2022).
6. 偏振相機BFS-U3-51S5P-C, please refer to the website:  
<https://www.edmundoptics.com.tw/p/bfs-u3-51s5p-c-usb3-blackflyreg-s-polarization-camera/41357/> (Edmund Optics).
7. 宋瑋益, “基於雙折射偏振干涉術之滾轉角量測技術”, 國立中央大學, 碩士論文 (2021).
8. 許敬澤, “雙光束偏振干涉術應用於滾轉角位移量測”, 國立中央大學, 碩士論文 (2022).
9. Peter de Groot, “Phase Shifting Interferometry”, 8, 167-186 (2011). Richard Leach, *Optical measurement of surface topography*, Springer, (2011).
10. 江家宇, “基於全反射共光程偏振干涉術之折射率量測技術”, 國立中央大學, 碩士論文 (2021).
11. E. Hecht, *OPTICS*, 4th Edition, San Francisco: Addison-Wesley (2002).
12. 同註 4。
13. J. Rheims, J. Koser and T. Wriedt, *Meas. Sci. Technol.*, **8** (1), 601 (1997).
14. S. Patskovsky, M. Meunier, and A. V. Kabashin, *Opt. Express*, **15** (19), 12523 (2007).
15. Bor-Shing Lin, Mei-Ju Su, Po-Hsun Cheng, Po-Jui Tseng and Sao-Jie Chen, *Sensors*, **15** (8), 18506 (2015).
16. Massimo Camplani, Tomas Mantecon and Luis Salgado, *IEEE Trans. Cybern.*, **43** (6), 1560 (2013).
17. R. J. Moffat, *Experimental Thermal and Fluid Science*, **1** (1), 3 (1988).
18. Hung-Lin Hsieh, Ju-Yi Lee, Lin-Yu Chen, and Yang Yang, *Optics Express*, **24** (7), 6802 (2016).
19. Cheng-Hung Hsieh, Chien-Chung Tsai, Hsiang-Chun Wei, Li-Ping Yu, Jheng-Syong Wu, Chien Chou, *Appl. Opt.*, **46** (23), 5944 (2007).
20. A. Yariv and P. Yeh, *Optical Waves in Crystals*, 1st Edition, New York: John Wiley (2003).
21. Ju-Yi Lee, Wei-Yi Sung, and Ching-Tse Hsu, *Appl. Opt.*, **60**, 9110 (2021).

## 作者簡介

蔡岳哲現為國立中央大學機械工程學系碩士生。

Yue-Jhe Tsai is currently a M.S. student in the Department of Mechanical Engineering at National Central University.

張書菡現為國立中央大學機械工程學系碩士生。

Shu-Han Chang is currently a M.S. student in the Department of Mechanical Engineering at National Central University.

許敬澤為國立中央大學機械工程學系碩士。

Ching-Tse Hsu received his M.S. in Mechanical Engineering from National Central University.

江家宇為國立中央大學機械工程學系碩士。

Chia-Yu Chiang received his M.S. in Mechanical Engineering from National Central University.

宋璋益為國立中央大學機械工程學系碩士。

Wei-Yi Sung received his M.S. in Mechanical Engineering from National Central University.

李朱育先生為國立陽明交通大學光電工程研究所博士，現為國立中央大學機械教授。

Ju-Yi Lee received his Ph.D. in Electro-Optical Engineering from National Yang Ming Chiao Tung University. He is currently a Professor in the Department of Mechanical Engineering at National Central University.